

**КРАСОВСКИЙ Виктор Львович**

**АДИАБАТИЧЕСКОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ  
ВОЛНА-ЧАСТИЦА  
И СМЕЖНЫЕ ВОПРОСЫ КИНЕТИЧЕСКОЙ  
ТЕОРИИ ВОЛН КОНЕЧНОЙ АМПЛИТУДЫ В  
БЕССТОЛКНОВИТЕЛЬНОЙ ПЛАЗМЕ**

Специальность 01. 04. 02 - Теоретическая физика

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
доктора физико-математических наук

Москва-2008

Работа выполнена в Институте космических исследований  
Российской академии наук

**Официальные  
оппоненты:** доктор физико-математических наук  
Тимофеев Александр Владимирович (ИЯС РНЦ КИ)

доктор физико-математических наук  
Истомин Яков Николаевич (ФИАН)

доктор физико-математических наук  
Шкляр Давид Рувимович (ИКИ РАН)

**Ведущая  
организация:** Институт прикладной физики  
Российской академии наук (ИПФ РАН)

Защита состоится \_\_\_\_\_ 2008 г. в \_\_\_\_\_ часов  
на заседании диссертационного совета Д 002.113.03 в ИКИ РАН  
(117997, г. Москва, ГСП-7, Профсоюзная ул., д. 84/32)

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИКИ РАН

Автореферат разослан “\_\_\_\_\_” \_\_\_\_\_ 2008 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета

кандидат физико-математических наук  
Буринская Татьяна Михайловна

# ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

## АКТУАЛЬНОСТЬ ТЕМЫ

Резонансное взаимодействие волн с заряженными частицами - один из основных типов взаимодействий в бесстолкновительной плазме. Соответствующий канал энергообмена между электромагнитным полем и частицами, играет важную, нередко доминирующую, роль в энергетическом балансе разнообразных волновых процессов, определяя эволюцию волн. Интерес к изучению взаимодействия волна-частица традиционно высок, а исследования в данной области находят применение в различных областях физики плазмы, от проблемы управляемого термоядерного синтеза, плазменной электроники и плазменных методов ускорительной техники, до плазменно-волновых явлений в геофизике и космической электродинамике.

Последовательное описание процессов взаимодействия резонансных частиц с волнами конечной амплитуды сопряжено с известными математическими трудностями, обусловленными нелинейностью задачи и сложным характером движения частиц в поле эволюционирующей волны. Сложность анализа резонансного взаимодействия нелинейной волны с частицами вынуждает обращаться к приближенным методам, которые часто содержат элементы несогласованного описания процесса, например, приближение заданного поля волны при решении кинетического уравнения [1]. Естественно, подобные подходы значительно ограничивают область применимости результатов теории, особенно в приложении к задачам физики плазмы, которые, как правило, предполагают исследование динамики самосогласованных волновых полей. Таким образом, развитие методов согласованного описания эволюции нелинейных волн при взаимодействии с резонансными частицами является весьма актуальным. Можно надеяться, что прогресс в этом направлении поможет лучше понять и прояснить физические механизмы плазменно-волновых явлений в космосе, начиная от проблем генерирования радиоволн и ускорения заряженных частиц в астрофизике, до построения надежной количественной теории до сих пор загадочного поведения триггерных излучений в магнитосфере и выяснения физической природы уединенных электростатических волн, обнаруженных в последние десятилетия на искусственных спутниках. Применительно к физике космической плазмы, особую актуальность приобретает изучение медленно эволюционирующих волн, т. к. такие квазистационарные волны имеют гораздо больше шансов быть обнаруженными космическими аппаратами по сравнению с возможностью регистрации волновых явлений на сравнительно быстрой линейной стадии бесстолкновительного затухания [2] или роста колебаний в неустойчивой плазме, быстро переходящего в стадию насыщения неустойчивости и дальнейшей более медленной и длительной эволюции волн.

## ЦЕЛЬ ИССЛЕДОВАНИЯ

Основная цель работы - изучение структуры нелинейных волн на уровне кинетической теории и процессов плавной пространственно-временной эволюции квазимонохроматических волн конечной амплитуды при резонансном взаимодействии с заряженными частицами. Достижение поставленной цели требует построения новых теоретических моделей медленно эволюционирующих волн и развития эффективных методов согласованного описания этих процессов.

## ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ

- 1) Изучение взаимодействия волны с захваченными частицами при наличии слабой неоднородности плазмы вдоль направления распространения волны и анализ возможности эффективного прохождения волны сквозь область непрозрачности благодаря взаимодействию с резонансными электронами (эффекта кинетического просветления волнового барьера).
- 2) Замкнутое согласованное описание процесса серфинг-ускорения захваченных электронов плазменной волной, распространяющейся поперек слабого внешнего магнитного поля.
- 3) Анализ устойчивости плазменной волны с захваченными электронами.
- 4) Исследование динамики нелинейной волны типа Бернштейна-Грина-Крускала (БГК) [3], распространяющейся вдоль малого градиента концентрации плазмы, при резонансном взаимодействии с быстрыми электронами “хвоста” невозмущенного распределения частиц по скоростям и анализ структуры функции распределения в резонансной области скоростей.
- 5) Кинетическое описание плазменной волны конечной амплитуды при распространении поперек слабого магнитного поля.
- 6) Анализ движения электронов в поле циркулярно-поляризованной электромагнитной волны с переменными параметрами.
- 7) Изучение структуры и свойств уединенных БГК волн.

- 8) Исследование процесса взаимодействия БГК солитонов, природа которых связана с наличием дефицита захваченных электронов (дыр фазовой плотности в области захвата).
- 9) Анализ вклада захваченных частиц в электростатический баланс трехмерных локализованных возмущений пространственного заряда в бесстокнательной плазме во внешнем магнитном поле.

## **НАУЧНАЯ НОВИЗНА ИССЛЕДОВАНИЯ**

Сформулированные в диссертации задачи, методы их решения и физическое содержание исследований отличаются по степени новизны. Тем не менее, каждый раздел работы содержит новые результаты и подходы, хотя многие из обсуждаемых физических явлений изучались и ранее. Фактически, в диссертации впервые продемонстрирована эффективность единого согласованного подхода к описанию медленного (адиабатического) взаимодействия волна-частица на примерах анализа физически различных явлений. Довольно естественная идея применения адиабатического приближения для согласованного описания эволюционирующих нелинейных волн высказывалась и ранее [4, 5]. Однако, редко удавалось довести до конца корректное, полностью согласованное, решение задачи даже в частной постановке. В некоторых предшествующих работах прослеживается схема построения решений уравнений Власова-Пуассона, описывающих медленную эволюцию волны, но остается вне поля зрения важное преимущество адиабатического приближения в условиях быстрого перемешивания резонансных частиц по фазам. В других статьях это приближение используется, но отмечаются трудности согласованного подхода к задаче. Наконец, в ряде работ упускается из вида целесообразность БГК анализа структуры нелинейной волны. В диссертации впервые показано, что адиабатическое взаимодействие волна-частица, как процесс медленной пространственной или временной эволюции нелинейной волны типа БГК при наличии слабого внешнего фактора, вызывающего изменение параметров волны, согласованно описывается двумя основными уравнениями - уравнением баланса энергии и нелинейным дисперсионным соотношением. Эти уравнения определяют пространственно-временные зависимости амплитуды и фазовой скорости волны, и при некоторых ограничениях упрощаются вплоть до алгебраического вида (в главах 1, 2). Будучи достаточно общим, развитый подход допускает также исследование нелинейных эффектов, несвязанных непосредственно с резонансными частицами, а при необходимости, и анализ ангармонизма

волны, обусловленного структурой нелинейного возмущения функции распределения заряженных частиц в резонансной области фазового пространства, что обычно выпадает из поля зрения в предшествующих работах.

В работе впервые:

- 1) Показана возможность проникновения ленгмюровской волны с коэффициентом прохождения равным единице сквозь классически непрозрачную область слабонеоднородной плазмы благодаря обратимому энергообмену с захваченными электронами.
- 2) Рассмотрено влияние нелинейного сдвига частоты волны на процесс серфинг-ускорения захваченных частиц и выявлены различные режимы затухания плазменной волны в зависимости от параметров физической системы.
- 3) Проведена полная классификация режимов неустойчивости сателлитов волны, нагруженной захваченными электронами.
- 4) Определена кинетическая структура стационарной плазменной волны конечной амплитуды, распространяющейся поперек слабого внешнего магнитного поля.
- 5) Рассмотрена динамика резонансных электронов в поле поляризованной по кругу электромагнитной волны с переменными волновым числом и амплитудой, распространяющейся вдоль внешнего магнитного поля, без привлечения обычно используемой теории возмущений.
- 6) Проведен БГК анализ уединенных электростатических волн, обнаруженных в магнитосфере.
- 7) Проанализирован процесс взаимодействия плоских уединенных волн существенно кинетической природы, структура которых связана с дефицитом захваченных частиц (электронными дырами фазовой плотности).

Некоторые задачи, сформулированные в диссертации, близки по постановке к анализу рассмотренных ранее явлений. Поэтому, по физическому содержанию часть результатов работы близка к уже известным, а иногда совпадает с ними, хотя даже в этом случае имеются различия как в формулировке, так и в методах решения задач (главы 1, 2). Ряд новых результатов получен на пути уточнения и обобщения предшествующих исследований известных физических явлений (разделы 1.3, 4.1, глава 3). Наконец, в диссертации рассмотрены некоторые смежные задачи кинетической теории нелинейных волн и вопросы динамики заряженных

частиц в электромагнитных полях, попыток решения которых ранее не предпринималось (разделы 4.2, 4.3).

## ПРАКТИЧЕСКАЯ ЗНАЧИМОСТЬ РАБОТЫ

С практической точки зрения, значение выполненных исследований определяется применимостью полученных результатов для физической интерпретации разнообразных процессов резонансного взаимодействия волна-частица в сочетании с достаточной общностью развитых методов описания медленно эволюционирующих волн. Результаты диссертации показывают, что концепция медленно эволюционирующих волн, близких по строению к волнам БГК, и адиабатическое приближение, как метод решения уравнения Власова, находят широкую область применения и, что особенно важно, оказываются очень эффективными для исследования кинетических явлений на уровне замкнутого согласованного описания.

Адиабатическое приближение представляется одним из наиболее перспективных методов решения на первый взгляд очень сложных нелинейных задач кинетической теории волновых процессов в бесстолкновительной плазме. Анализ конкретных физических явлений, затронутых в диссертации, вселяет уверенность в возможность широкого применения и дальнейшего обобщения полученных результатов (главы 1 в приложении к проблеме ускорения заряженных частиц в астрофизике и плазменной ускорительной технике, включая релятивистское обобщение; раздела 2.1 и главы 3 применительно к проблеме нелинейного гирорезонансного взаимодействия волна-частица в магнитосфере, включая исследование механизмов генерирования и динамики триггерных излучений и физически близких волновых явлений; главы 4 для физической интерпретации спутниковых данных, а в методическом отношении, и для теоретического анализа локализованных самосогласованных электромагнитных полей и возмущений плазмы вблизи космических аппаратов, установленной на них измерительной аппаратуры и других искусственных тел).

С физической точки зрения, важное значение имеет не только продемонстрированная возможность согласованного аналитического описания эволюции нелинейных волн, но и установленные скейлинговые соотношения, которые позволяют выявить новые режимы и физические закономерности взаимодействия волна-частица (см., например, раздел 2.1). Наконец, в какой-то мере, практическая значимость проведенных исследований подтверждается цитируемостью в научной периодике статей, материалы которых вошли в диссертацию.

## **МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ**

Для решения поставленных задач применялись аналитические и численные методы. Использовались также анализ экспериментальных данных и графические средства компьютерной техники.

## **ДОСТОВЕРНОСТЬ И ОБОСНОВАННОСТЬ**

Достоверность результатов и обоснованность выводов работы подтверждается хорошим согласием, а в ряде случаев и совпадением, с экспериментальными данными и численным моделированием рассматриваемых физических явлений и отсутствием противоречий с предшествующими теоретическими исследованиями по данной тематике. Обоснованность выводов диссертации опирается также на последовательность используемых методов и подходов. В процессе проведения исследований особое внимание уделялось условиям применимости рассматриваемых теоретических моделей и точности численных расчетов.

## **ЛИЧНЫЙ ВКЛАД АВТОРА**

Материал диссертации опирается лишь на исследования, инициированные и проведенные автором самостоятельно, и на те работы, вклад автора в которые является определяющим.



## ПОЛОЖЕНИЯ, ВЫНОСИМЫЕ НА ЗАЩИТУ

- 1) На основе адиабатического приближения разработан общий алгоритм согласованного аналитического описания медленно эволюционирующих нелинейных периодических волн типа БГК при резонансном взаимодействии с заряженными частицами (адиабатическом взаимодействии волна-частица). Основными уравнениями, определяющими пространственно-временные зависимости амплитуды и фазовой скорости волны, являются уравнение баланса энергии и нелинейное дисперсионное соотношение, учитывающие вклад резонансных частиц, распределение которых в фазовом пространстве согласованно формируется в процессе взаимодействия.
- 2) Простая модель плазменной волны с захваченными электронами особенно ярко демонстрирует эффективность развитого подхода и позволяет уяснить основные физические закономерности адиабатического взаимодействия волна-частица. В рамках этой наглядной модели рассмотрены
  - а) прохождение электронной плазменной волны сквозь классически непрозрачную область неоднородной плазмы благодаря обратимости энергообмена с захваченными электронами (эффект кинетического просветления плавного волнового барьера) и
  - б) процесс затухания плазменной волны в результате серфинг-ускорения захваченных электронов. Согласованное решение задачи позволило установить скейлинг физического процесса и выявить различные режимы затухания в зависимости от соотношения параметров физической системы.
  - в) Проведен анализ сателлитной неустойчивости волн с захваченными электронами, что позволило упорядочить результаты предшествующих работ и обнаружить новый режим возбуждения сателлитов исходной волны. Показано, что характер неустойчивости существенно зависит от отношения потоков волновой энергии и энергии пучка захваченных электронов.
- 3) Определено строение функции распределения электронов в резонансной области фазового пространства, формируемое при
  - а) взаимодействии волны конечной амплитуды с частицами высокоэнергичного “хвоста” распределения в плазме со слабой неоднородностью плотности в виде впадины вдоль направления распространения волны,

- б) наличии слабого магнитного поля перпендикулярного направлению распространения.
- 4) Исследована динамика электронов в поле нелинейной электромагнитной волны с круговой поляризацией и с переменными амплитудой и волновым числом, распространяющейся вдоль однородного внешнего магнитного поля и при наличии слабой продольной неоднородности. Найден интеграл движения, наличие которого позволяет трактовать динамику частицы как одномерные колебания в эффективном потенциале. Выведены соответствующие канонические уравнения движения, которые служат обобщением обычно применяемых уравнений, основанных на теории возмущений.
- 5) С целью обобщения теории электростатических солитонов проведен анализ физической структуры уединенных волн БГК, включая наиболее интенсивные волны, эффективный заряд которых обусловлен наличием электронных дыр фазовой плотности. Построены наглядные и достаточно универсальные модели таких локализованных волновых возмущений и определены их общие свойства. Исследована физика взаимодействия электронных дыр и дано объяснение “неупругого” характера их столкновений и общей тенденции к слиянию.
- 6) Для выяснения влияния захваченных частиц на строение локализованных электростатических возмущений в магнитоактивной плазме проведен предварительный анализ структуры трехмерных осесимметричных возмущений в плазме с внешним магнитным полем и дана оценка вклада захваченных электронов в возмущение плотности заряда в зависимости от величины магнитного поля. На основе адиабатического приближения установлено приближенное условие захвата заряженной частицы в трехмерную осесимметричную потенциальную яму при наличии однородного магнитного поля.

## АПРОБАЦИЯ РАБОТЫ

Результаты работ по теме диссертации докладывались на семинарах в ИКИ РАН, ИОФАН (ИОФ РАН), Институте атомной энергии им. Курчатова (ИЯС РНЦ КИ), Radio Atmospheric Science Center (RASC, Kyoto University, Kyoto, Japan, где были прочитаны также два цикла лекций по материалам работ), FOM Institute for Plasma Physics (Rijhuizen, Utrecht, Holland), а также на научных конференциях и симпозиумах, где были опубликованы в сборниках трудов или тезисов докладов:

- 1) “Nonlinear World”, International workshop on nonlinear and turbulent processes in physics, October 9-22, 1989, Kiev, USSR.
- 2) “Strong microwaves in plasmas”, II International workshop, August 15-22, 1993, Nizhny Novgorod, Russia.
- 3) 98-th SGEPPS (Society of Geomagnetism and Earth, Planetary and Space Sciences) Fall Meeting, October 4-7, 1995, Kyoto, Japan.
- 4) The Third GEOTAIL Workshop/ISAS (Institute of Space and Astronautical Science), October 23-25, 1995, Iokohama, Japan.
- 5) III Workshop “Nonlinear Waves and Chaos in Space Plasmas”, March 1-5, 1999, San Diego, USA.
- 6) Kanazawa Workshop on Waves in Plasmas (SGEPSS), August 6-7, 2001, Kanazawa, Japan.
- 7) “Radio Science Symposium for a Sustainable Humanosphere”, March 20-21, 2006, Kyoto, Japan.
- 8) International meeting “Frontiers of Geophysics and Space Science”, April 29-May 5, 2007, Dead Sea, Israel.
- 9) 10-th International Seminar “Low-frequency wave processes in space plasma”, November 12-16, 2007, Zvenigorod, Russia.

## ПУБЛИКАЦИИ

Результаты, составляющие основу диссертации, опубликованы в 21 статье в реферируемых отечественных и зарубежных журналах и препринтах ИКИ РАН. Помимо упоминания в тексте диссертации с указанием номера в списке цитируемой литературы, ниже они выделены в отдельный список с названиями работ.

### Список основных работ, опубликованных по теме диссертации

- 1) Красовский В. Л. / Квазистационарные плазменные волны малой и конечной амплитуды // ЖЭТФ. 1989. Т. 95. С. 1951-1961.
- 2) Красовский В. Л. / К теории поперечных волн конечной амплитуды в бесстолкновительной плазме // Препринт ИКИ АН СССР. Пр-1577. Москва, 1989.
- 3) Krasovsky V. L. / Transmission of longitudinal plasma waves through an opacity barrier owing to trapped particles // Physics Letters A. 1992. V. 163. P. 199-203.
- 4) Красовский В. Л. / Просветление волнового барьера при распространении плазменной волны с захваченными частицами в слабонеоднородной плазме // Физика плазмы. 1992. Т. 18. С. 739-750.
- 5) Krasovsky V. L. / The propagation of a plasma wave with trapped particles in a weakly inhomogeneous plasma // J. Plasma Phys. 1992. V. 47. Part 2. P. 235-248.
- 6) Krasovsky V. L. / Classification of trapped particle sideband instability regimes // Physica Scripta. 1994. V. 49. P. 489-493.
- 7) Красовский В. Л. / Адиабатическое взаимодействие волна-частица в слабонеоднородной плазме // ЖЭТФ. 1995. Т. 107. С. 741-764.
- 8) Красовский В. Л. / О нелинейной дисперсии ленгмюровской волны в слабонеоднородной плазме // Физика плазмы. 1995. Т. 21. С. 558-560.
- 9) Krasovsky V. L., Matsumoto H., Omura Y. / Bernstein-Greene-Kruskal analysis of electrostatic solitary waves observed with Geotail // J. Geophys. Res. 1997. V. 102. P. 22131-22139.
- 10) Krasovsky V. L., Matsumoto H. / On the resonant particle dynamics in the field of a finite-amplitude circularly polarized wave propagating along the axis of a magnetic trap // Phys. Plasmas. 1998. V. 5. P. 2210-2216.

- 11) Krasovsky V. L., Matsumoto H., Omura Y. / Interaction of small phase density holes // Phys. Scripta. 1999. V. 60. P. 438-451.
- 12) Krasovsky V. L., Matsumoto H., Omura Y. / Interaction dynamics of electrostatic solitary waves // Nonlinear Processes in Geophysics. 1999. V. 6. P. 205-209.
- 13) Krasovsky V. L., Matsumoto H., Omura Y. / Approximate invariant of electron motion in the field of a whistler propagating along the geomagnetic field // Geophys. Res. Lett. 2002. V. 29. No. 12. 10.1029/2001GL014638.
- 14) Krasovsky V. L., Matsumoto H., Omura Y. / Electrostatic solitary waves as collective charges in a magnetospheric plasma: Physical structure and properties of Bernstein-Greene-Kruskal (BGK) solitons // J. Geophys. Res. 2003. V. 108. No. A3. P. 1117. doi:10.1029/2001JA000277.
- 15) Krasovsky V. L., Matsumoto H., Omura Y. / Effect of trapped particle deficit and structure of localized electrostatic perturbations of different dimensionality // J. Geophys. Res. 2004. V. 109. A04217.
- 16) Krasovsky V. L., Matsumoto H., Omura Y. / On the three-dimensional configuration of electrostatic solitary waves // Nonlinear Processes in Geophysics. 2004. V. 11. P. 313-318.
- 17) Krasovsky V. L., Matsumoto H., Omura Y. / Condition for charged particle trapping in a three-dimensional electrostatic potential well in the presence of a magnetic field // Phys. Scripta. 2006. V. 74. P. 227-231.
- 18) Krasovsky V. L., Sagdeev R. Z., Zelenyi L. M. / Plasma wave frequency shift in a weak transverse magnetic field due to trapped particle acceleration // Physics Letters A. 2006. V. 355. P. 129-133.
- 19) Krasovsky V. L., Sagdeev R. Z., Zelenyi L. M. / Wave-trapped particle interaction in a weak transverse magnetic field // Physics Letters A. 2007. V. 360. P. 713-716.
- 20) Красовский В. Л. / Затухание плазменной волны с захваченными частицами в слабом поперечном магнитном поле // Физика плазмы. 2007. Т. 33. С. 914-925.
- 21) Krasovsky V. L. / Steady nonlinear electrostatic plasma wave in a weak transverse magnetic field // J. Plasma Phys. 2007. V. 73. Part 2. P. 179-188.
- 22) Krasovsky V. L. / On the electron dynamics in the field of a whistler wave propagating along a magnetic field in a weakly inhomogeneous plasma // J. Atmos. Sol.- Terr. Phys. 2007. V. 69. P. 969-972.

# СОДЕРЖАНИЕ И СТРУКТУРА ДИССЕРТАЦИИ

Диссертация содержит 4 главы, каждая из которых состоит из отдельных разделов. Десять разделов, в которых приводятся решения конкретных задач, объединены в главы по признаку тематической или методической близости. Каждая глава начинается небольшим “предисловием” и заканчивается “общими выводами” с кратким резюме. Ввиду разнообразия физических явлений, рассматриваемых в отдельных разделах, каждый раздел начинается собственным “введением” и заканчивается “выводами”. Диссертация изложена на 214 страницах и иллюстрирована 19 рисунками. Список литературы включает 257 источников.

## ВВЕДЕНИЕ

В вводной части диссертации дан краткий исторический очерк и обзор современного состояния проблемы резонансного взаимодействия волна-частица в свете вопросов, затронутых в работе. Особо отмечено влияние резонансных частиц на дисперсионные свойства стационарных или плавно эволюционирующих волн конечной амплитуды. Вклад частиц, захваченных волной, в электростатический баланс проявляется в нелинейном дисперсионном соотношении, которое в простейшем виде

$$k^2 - \omega_p^2 \int \frac{dv f_0(V)}{(V - \omega/k)^2} + \frac{4\pi e^2 n_1}{\varphi_1 - \varphi_2} = 0, \quad (1)$$

где  $\omega_p = (4\pi e^2 n_0/m)^{1/2}$  - электронная плазменная частота, известно, начиная с работ Бома и Гросса [6]. Это уравнение учитывает дополнительный вклад захваченных электронов в дисперсионное соотношение для ленгмюровской волны. В отсутствие последнего слагаемого в левой части оно совпадает с линейным дисперсионным уравнением Власова [7]. Слагаемое, пропорциональное плотности пучка захваченных электронов  $n_1$ , дает поправку. Разность потенциалов в его знаменателе пропорциональна амплитуде волны, и при малых амплитудах поправочный член может быть существенным. Подобные дисперсионные уравнения обсуждались и использовались в ряде последующих работ [8, 9, 10], хотя вряд ли можно говорить об их систематическом применении, т. к. вид последнего слагаемого в (1), описывающего вклад резонансных электронов, в общем случае определяется распределением частиц в резонансной области фазового пространства и зависит от конкретной задачи. В

диссертации показано, что аналог нелинейного дисперсионного соотношения (1) является необходимым звеном для определения пространственной (или временной) эволюции периодической нелинейной волны типа Бернштейна-Грина-Крускала, определяя, в совокупности с уравнением баланса энергии, пространственные (временные) зависимости амплитуды и фазовой скорости волны. При наличии слабого внешнего фактора параметры волны, близкой к БГК равновесию, плавно изменяются, что влечет за собой и соответствующую плавную деформацию функции распределения заряженных частиц. При этом медленный процесс энергообмена волны с частицами носит плавный (адиабатический) характер, а динамика частиц может быть описана в адиабатическом приближении [4, 5]. Физической предпосылкой применения адиабатического приближения для решения кинетического уравнения Власова служит процесс быстрого, в масштабах изменения параметров волны, перемешивания резонансных частиц по фазам [1]. Адиабатическое взаимодействие волна-частица рассмотрено на примерах конкретных задач в двух первых главах диссертации. Тематически близкие вопросы кинетической теории волн конечной амплитуды рассмотрены в следующих двух главах.

## **Глава 1. Взаимодействие плазменной волны с захваченными частицами**

В этой главе адиабатическое взаимодействие волна-частица проанализировано на простом примере ленгмюровской волны с захваченными электронами. Такая волна представляет собой периодическую во времени или в пространстве БГК моду частного вида и служит удобной моделью для скейлинга процесса взаимодействия. Волна, “нагруженная” захваченными частицами, представляет и самостоятельный интерес как физический объект, поскольку захваченные электроны оказывают существенное влияние на дисперсионные и энергетические свойства волны. С другой стороны, эта модель достаточно проста для подробного анализа медленной временной (или пространственной) эволюции волны с учетом всех наиболее важных физических эффектов, которые трудно учесть в общем случае.

**В первом разделе** рассмотрено распространение ленгмюровской волны с малой группой захваченных электронов в слабонеоднородной плазме с областью непрозрачности. Рис. 1 дает качественную иллюстрацию эффекта кинетического просветления такого волнового барьера с плавными границами. Уменьшение волнового числа, по мере распространения волны навстречу возрастающей плотности плазмы, соответствует увеличению

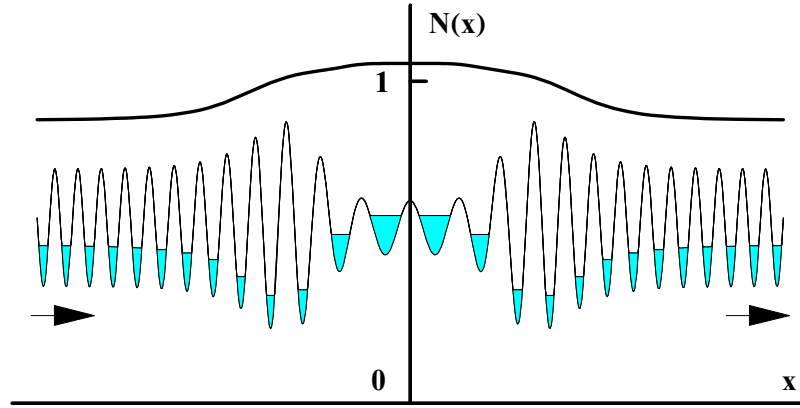


Рис. 1. Схематическая иллюстрация прохождения волны с захваченными частицами сквозь плавный барьер с закритической плотностью плазмы,  $N(x = 0) = n_0(0)/n_{cr} > 1$ .

фазовой скорости и приводит к ускорению захваченных электронов с частичным поглощением энергии волны. Благодаря дополнительному вкладу захваченных частиц в закон дисперсии, который дает к поправку (вида последнего слагаемого в (1)), с падением амплитуды волны в результате ускорения захваченных электронов, происходит существенное отклонение закона дисперсии волны от известной формулы  $\omega^2 = \omega_p^2(x) + 3k^2(x)T_e/m$ , так что волна с захваченными электронными сгустками может достигать области плазмы с плотностью равной и выше критической  $n_{cr} = m\omega_0^2/4\pi e^2$ , что невозможно в отсутствие захваченных частиц. В области отрицательного градиента плотности плазмы (при  $x > 0$  на рис. 1) процесс энергообмена протекает в обратном порядке, частицы отдают энергию волне, и на бесконечность,  $x = +\infty$ , уходит волна с теми же параметрами как и у набегающей на барьер. Таким образом, в силу обратимости энергообмена волны с захваченными электронами эффективный коэффициент прохождения волны с захваченными частицами оказывается равным единице. В пределе слабой неоднородности плазмы движение захваченных электронов, совершающих колебания в медленно деформирующихся потенциальных ямах волны, описывается в адиабатическом приближении, а их функция распределения является функцией адиабатического инварианта. При этом пространственная зависимость волнового числа и амплитуды волны описывается довольно простой системой алгебраических уравнений, основу которой составляют уравнение сохранения среднего потока энергии и не-



линейное дисперсионное соотношение, учитывающее вклад захваченных электронов. В разделе 1.1 рассмотрен также процесс ускорения электронов плазменной волной, распространяющейся вдоль градиента концентрации плазмы, до релятивистских энергий с учетом затухания волны, т. е. в рамках согласованного подхода.

**Во втором разделе** рассмотрена временная эволюция ленгмюровской волны, нагруженной захваченными электронами, при наличии слабого магнитного поля, перпендикулярного направлению распространения волны. Исследован процесс затухания волны в результате ускорения захваченных частиц вдоль волнового фронта под действием слабой силы Лоренца [11]. В рамках адиабатического приближения проанализирована динамика ускоряющихся сгустков электронов, колеблющихся в ямах эффективного потенциала. Выведены уравнения, описывающие согласованным образом взаимодействие волны с захваченными частицами. Необходимым элементом замкнутого описания вновь служит нелинейное дисперсионное соотношение, которое учитывает вклад захваченных электронов и определяет поправку к фазовой скорости волны (или к частоте). Нелинейный сдвиг частоты становится существенным с падением амплитуды волны, оказывая влияние на фазировку захваченных сгустков частиц относительно волны, что в итоге приводит к разнообразию режимов взаимодействия в зависимости от соотношения гирочастоты  $\omega_H = eB_0/mc$  (меры интенсивности магнитного поля) и эффективной плазменной частоты модулированного пучка захваченных электронов  $\omega_T = (4\pi e^2 \langle n_T \rangle / m)^{1/2}$  (меры количества захваченных частиц), или от безразмерных параметров  $\alpha = (\omega_T / \omega_B)^2$  и  $\beta = (\omega_H / \omega_B)^2$ , где  $\omega_B = (ekE_0/m)^{1/2}$  - начальное значение баунс-частоты (частоты колебаний захваченных электронов в потенциальных ямах волны).

Проведен анализ различных режимов взаимодействия в зависимости от параметров физической системы и установлен ряд ограничений, при которых рассматриваемая задача имеет простейшие решения. На рис. 2 показаны области параметров, в которых реализуются режимы затухания волны, описываемые простыми алгебраическими формулами

$$a = (1 - \tau^2)^{1/2} \quad (\text{в режиме I, при } q = \alpha/\beta^{3/7} \gamma^{4/7} \ll 1),$$

$$\tau^2 = (1 - a)(1 + a + \delta/a) \quad (\text{в режиме II, при } q \gg 1, \delta \ll 1),$$

$$a = 1/(1 + \tau^2/\delta) \quad (\text{в режиме III, при } q \gg 1, \delta \gg 1),$$

где  $\tau = (\alpha\beta)^{1/2} \omega_p t$  - время и  $a = A/A_0$  - амплитуда волны в безразмерном виде, и  $\delta = 2(\alpha/\gamma)^2 = 2\omega_T^4 \omega_p^2 / \omega_B^6$  - безразмерный параметр.

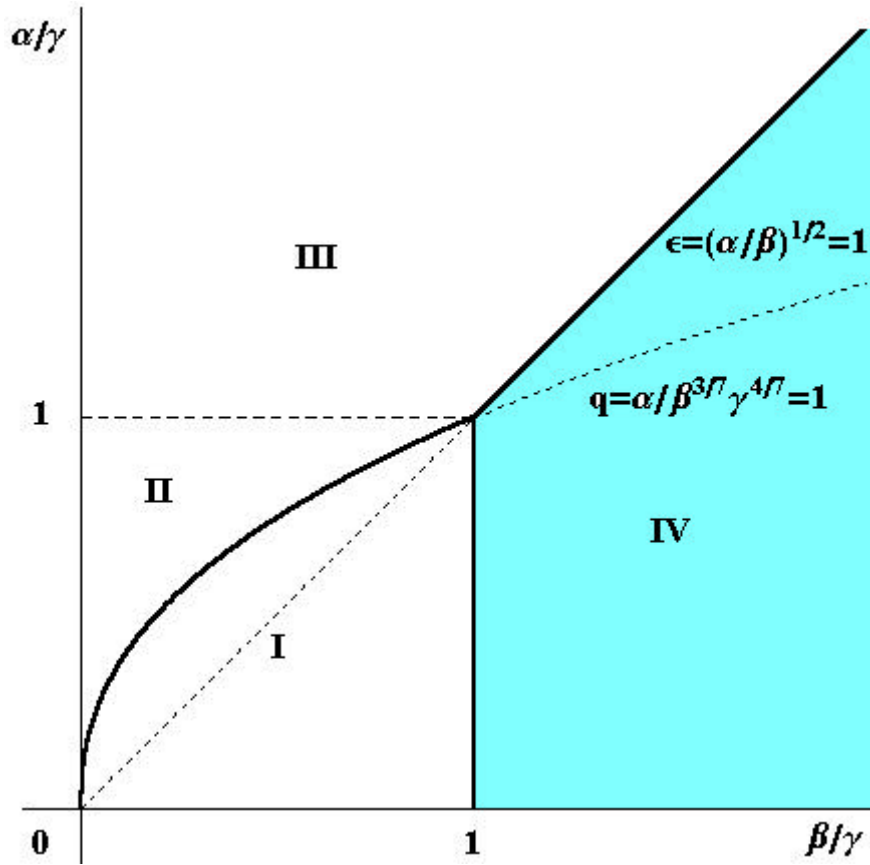


Рис. 2. Области параметров системы, в которых реализуются режимы адиабатического взаимодействия волны с захваченными частицами  $I, II$  и  $III$ , в плоскости  $\beta/\gamma = \omega_H^2 \omega_p / \omega_B^3$ ,  $\alpha/\gamma = \omega_T^2 \omega_p / \omega_B^3$ , где  $\gamma = \omega_B / \omega_p$ . С приближением к кривой  $q = (\omega_T / \omega_B)^2 (\omega_B / \omega_H)^{6/7} (\omega_p / \omega_B)^{4/7} = 1$  простые аналитические решения теряют силу. В области  $IV$  нарушается условие адиабатичности колебаний захваченных частиц в потенциальных ямах.

**В третьем разделе** рассмотрена неустойчивость волн-сателлитов периодической волны конечной амплитуды с захваченными электронами. В рамках известной модели гармонической волны с небольшим количеством захваченных частиц [12] проанализированы различные режимы неустойчивости в зависимости от концентрации захваченных электронных сгустков. Отмечена важная роль нелинейного закона дисперсии основной волны для анализа сателлитной неустойчивости [10] и на основе метода БГК определены условия применимости принятой модели волны с захваченными частицами, осциллирующими вблизи дна потенциальных ям волны. Представляя собой взаимосвязь между физическими величинами, нелинейное дисперсионное соотношение исходной БГК волны позволяет уменьшить число параметров системы, от которых зависит решение дисперсионного уравнения, описывающего возбуждение сателлитов. Уравнение, определяющее частоты и инкременты на линейной стадии роста неустойчивых сателлитов, имеет

вид алгебраического уравнения четвертого порядка. Приближенные решения этого уравнения в предельных случаях соответствуют различным режимам сателлитной неустойчивости. Установлено, что характер неустойчивости существенно зависит от отношения потока энергии пучка захваченных электронов и потока волновой энергии  $s = S_T/S_W$ . Найдены выражения для инкрементов неустойчивости в предельных случаях малой и большой плотности пучка, а также в промежуточном режиме, который ранее не рассматривался и служит недостающим звеном для сшивки известных результатов в пространстве параметров задачи. Этот режим реализуется при  $TA^{1/2} \ll s \ll 1$  ( $A = ek_0^2\phi_0/m\omega_0^2 \ll 1$ ,  $T = 3T_e k_0^2/m\omega_0^2 \ll 1$ ), а максимальный инкремент неустойчивости равен

$$\gamma_m = (3^{1/2}/2^{5/3})s^{1/3}T^{2/3}A^{5/6}. \quad (2)$$

Определен диапазон волновых чисел неустойчивых сателлитов в зависимости от параметра  $s$ , что в совокупности с выражениями для инкрементов неустойчивости дает полную классификацию режимов сателлитной неустойчивости волны с захваченными частицами и “сшивает” известные выражения для инкрементов в рамках модели, предложенной в работе [12].

## Глава 2. Структура функции распределения резонансных частиц в периодических волнах конечной амплитуды

Вторая глава посвящена изучению медленно эволюционирующей периодической БГК волны в слабонеоднородной плазме (раздел 2.1) и исследованию кинетической структуры волны, распространяющейся перпендикулярно слабому магнитному полю (раздел 2.2). Общим элементом сформулированных задач является наличие слабого возмущения БГК равновесия, которое позволяет выделить из всего многообразия решений БГК, описывающих стационарные нелинейные волны, решения реализуемые в данной конкретной ситуации. В математическом отношении, рассматриваемые задачи сложнее обсуждавшихся в предыдущей главе, т. к. требуют более общего рассмотрения структуры и эволюции функции распределения в окрестности резонанса с учетом качественного изменения характера движения частиц при пересечении резонансной области [13, 14] (переходов пролетных частиц, движущихся инфинитно медленнее волны, в разряд обгоняющих волну, возможного захвата пролетных частиц и обратных процессов). Материал первого раздела демонстрирует общий алгоритм построения самосогласованных решений уравнений Власова-Пуасона, описывающих медленно эволюционирующие волны конечной амплитуды и, если необходимо, с

учетом самых разнообразных нелинейных эффектов, от нелинейности нерезонансной компоненты плазмы до нелинейности, обусловленной конкретным строением функции распределения в резонансной области фазового пространства, и соответствующего отклонения нелинейных колебаний плазмы от гармонического закона.

**В первом разделе** главы рассмотрена пространственная эволюция периодической БГК волны ленгмюровского типа при резонансном взаимодействии с электронами хвостовой части распределения частиц по скоростям. Волновое число и амплитуда волны плавно изменяются с координатой вдоль направления ее распространения в результате слабой продольной неоднородности плотности плазмы в виде слоя пониженной плотности, показанного на рис. 3. При распространении волны в области отрицательного градиента

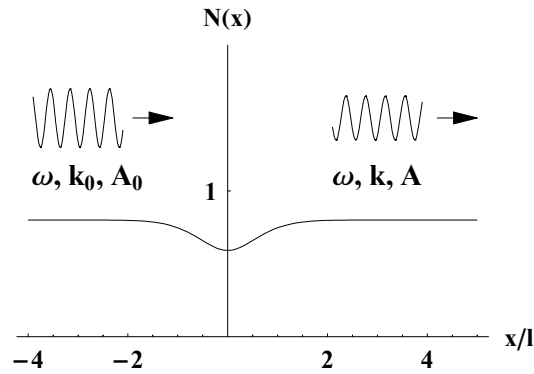


Рис. 3. Профиль плотности плазмы с плавной неоднородностью. Волновое число  $k$  и амплитуда волны  $A$  также являются плавными функциями координаты.

концентрации ( $x < 0$ ) ее фазовая скорость падает. Пролетные электроны, первоначально отстающие от волны, при вынужденном пересечении резонансной области переходят в разряд обгоняющих волну. При этом в области захвата на фазовой плоскости образуются пустоты (дыры фазовой плотности). Пересечение резонансной области фазового пространства сопровождается увеличением средней скорости и энергии электрона, что влечет за собой специфическое нелинейное затухание волны [15]. Далее, в области положительного градиента концентрации (при  $x > 0$ ) фазовая скорость начинает возрастать, и процесс развивается почти в обратном порядке, с той разницей, что не все обгоняющие волну частицы становятся отстающими, а часть из них захватывается и увлекается ускоряющейся волной [16], подобно процессу ускорения, рассмотренному в разделе 1.1. Таким образом, несмотря на симметрию профиля плотности плазмы (рис. 3), в системе возникает своеобразная необратимость, по своей природе подобная необратимости, возникающей в динамических системах,

описываемых неинтегрируемыми уравнениями [17]. Даже если на входе в область неоднородности частиц, резонансных с волной, не было (или их количество было пренебрежимо мало), на выходе из слоя неоднородной плазмы волна оказывается “нагруженной” сгустками захваченных электронов. На фазовой плоскости распределение захваченных частиц имеет вид кольца. Аналитическое решение задачи, описанное в диссертации, подтверждается и наглядно иллюстрируется численным интегрированием строгих “неинтегрируемых” уравнений движения электронов из хвоста максвелловского распределения в поле волны с переменными амплитудой и фазовой скоростью. Пространственная эволюция фазовой плотности электронов вблизи резонанса показана на рис. 4. Процесс адиабатического взаимодействия волна-частица в слабонеоднородной плазме демонстрирует пример того, как в плазме могут возникать волны с захваченными частицами, динамика которых обсуждалась в предыдущей главе.

Возмущение функции распределения в резонансной области фазового пространства проявляется в нелинейном законе дисперсии, который учитывает соответствующую поправку к фазовой скорости волны (или, при фиксированной частоте, сдвиг волнового числа). Кольцо захваченных электронов дает дополнительный поправочный член, пропорциональный средней плотности потока пучка захваченных частиц и обратно пропорциональный амплитуде волны, подобно последнему слагаемому в (1). Наличие дефицита захваченных электронов (дыры фазовой плотности в области захвата на рис. 4) также приводит к модификации дисперсионного уравнения Власова. В безразмерных переменных закон дисперсии приобретает вид

$$1 - u^2 \mathcal{P} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dV}{V - u} \left( \frac{\partial f_0}{\partial V} \right) - \left( \frac{16}{3\pi} \right) \frac{u^2 f_0(u)}{A^{1/2}} = 0, \quad (3)$$

где  $\mathcal{P}$  - символ главного значения интеграла,  $u = \omega/k$  - фазовая скорость и  $A$  - амплитуда потенциала волны. Вклад дыры фазовой плотности, третье слагаемое в этом уравнении, отличается знаком от поправочного члена в (1) и пропорционален значению невозмущенной функции распределения в резонансе  $V = u$ . Для определения двух неизвестных функций координаты  $u(x)$  и  $A(x)$  при некоторой заданной пространственной зависимости концентрации плазмы нелинейный закон дисперсии дополняется законом сохранения среднего по периоду волны потока энергии  $\langle S \rangle = const$ . Тогда вместо расчета нелокального декремента затухания волны, что часто используется для описания пространственной эволюции волны, анализ энергообмена между волной и резонансными электронами сводится просто к выделению вкладов резонансных и нерезонансных частиц в интеграле по скоростям (или энергиям), выражающим плотность потока кинетической энергии электронов  $\langle S_{kin} \rangle$ . Таким образом, вклад резонансных электронов выделяется в решениях кинетического уравнения (точнее, в интегралах,

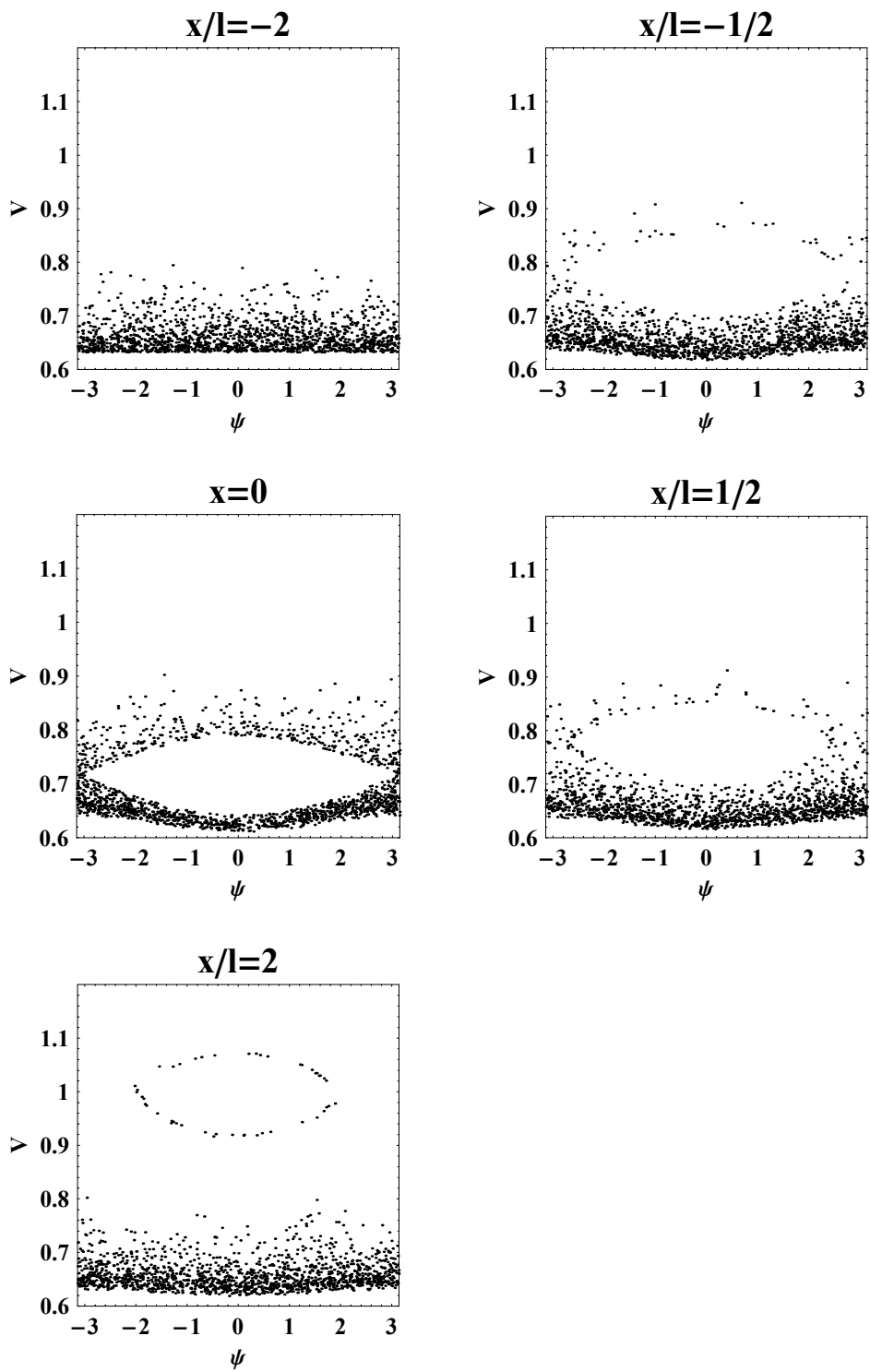


Рис. 4. Пространственная эволюция распределения электронов на фазовой плоскости  $(\psi, V)$ , где  $\psi$  - фаза частицы относительно волны. Для каждого выбранного значения координаты  $x$  показан один период колебаний волны  $-\pi \leq \psi \leq \pi$ .

описывающих моменты функции распределения), а не в самих уравнениях, как это часто делается при решении подобных задач.

Расчет моментов функции распределения электронов и последующий БГК анализ плавно эволюционирующей волны позволяют записать уравнение баланса энергии и нелинейный закон дисперсии в виде замкнутой системы уравнений, которые определяют амплитуду  $A(N)$  и фазовую скорость волны  $u(N)$  как функции концентрации плазмы  $N$ , что при заданном профиле концентрации  $N = N(x)$  решает поставленную задачу нахождения пространственных зависимостей  $A(x)$  и  $u(x)$ . В общих чертах, физику процесса взаимодействия волны конечной амплитуды с хвостовой частью распределения электронов по скоростям при наличии в плазме слабой неоднородности типа впадины, показанной на рис. 3, можно пояснить следующим образом. При распространении волны в области отрицательного градиента плотности (при  $x < 0$  на рис. 3) фазовая скорость постепенно убывает и в хвосте распределения образуется дыра фазовой плотности. Затухание волны “на дырке”, дрейфующей в пространстве скоростей с постепенно убывающей фазовой скоростью волны, физически подобно ослаблению волны, рассмотренному в статье [15], хотя в этой работе концепция медленно эволюционирующей БГК волны не привлекалась. Это специфическое затухание существенно отличается от затухания Ландау [2] и имеет место даже при нулевой производной функции распределения в резонансе  $(\partial f_0 / \partial V)_{V=u} = 0$ . Далее, с ростом фазовой скорости (при  $x > 0$ ), небольшая часть пролетных частиц, обгонявших волну, при пересечении резонансной области захватывается и увлекается волной [16]. Благодаря такой своеобразной необратимости процесса взаимодействия волна оставляет “след” в хвосте функции распределения частиц в той области скоростей, где она побывала. На выходе их слоя неоднородности фазовая скорость вновь становится большой, так что кроме захваченных волной электронов других резонансных частиц практически нет (точнее их количество экспоненциально мало). Поэтому затухание волны обусловлено ускорением захваченных частиц, распределение которых в фазовом пространстве имеет вид кольца, как на рис. 4. Согласованное описание этого процесса осуществляется методом, аналогичным описанному в разделе 1.1.

**Второй раздел** посвящен исследованию структуры плазменной волны, распространяющейся поперек слабого магнитного поля. Баланс конкурирующих процессов - слабой силы Лоренца, как механизма возмущения БГК равновесия, и процесса перемешивания фаз частиц, как механизма, который стремится вернуть систему к БГК равновесию, обеспечивает единственность БГК решения даже без решения задачи с начальными условиями. В данном разделе показано, каким образом специфическая структура функции распределения электронов в резонансной области фазового пространства сказывается

на дисперсионных свойствах волны.

Так как захваченные электроны, ускоряясь вдоль волнового фронта, имеют тенденцию к высыпанию из потенциальных ям [11], в поле стационарной или медленно эволюционирующей волны должны возникать пустоты в области захвата фазового пространства, похожие на дыру фазовой плотности, показанной на рис. 4. Таким образом, для решения поставленной задачи достаточно определить функцию распределения пролетных электронов. В диссертации подробно описана процедура решения кинетического уравнения Власова, в котором поперечное магнитное поле играет роль малого параметра. Найденная функция распределения пролетных частиц далее используется для расчета возмущения плотности электронов и последующего решения уравнения Пуассона. Периодические граничные условия отражаются во взаимосвязи параметров волны в виде нелинейного закона дисперсии. Наличие дефицита захваченных электронов вновь приводит к уравнению вида (3). Форма электрического потенциала волны отличается от синусоиды, причем отклонение (ангармонизм) тем сильнее, чем выше значение последнего члена в этом уравнении. Таким образом, при наличии слабого внешнего магнитного поля поперек направления распространения, волна пространственного заряда представляет собой разновидность БГК волн и описываются на основе БГК подхода. Однако, слабое магнитное поле, как малое возмущение физической системы, обеспечивает единственность БГК решения (снимает вырождение). В методическом отношении похожий отбор физически реализуемого решения из широкого класса БГК волн ранее был продемонстрирован в статье [18], где, по существу, исследовано слабое затухание нелинейной волны, близкой к БГК равновесию, в результате редких столкновений между заряженными частицами. В слабом поперечном магнитном поле с отсутствием захваченных электронов связана специфическая пространственная модуляция функции распределения и концентрации резонансных частиц, которая в итоге приводит к модификации дисперсионных свойств волны и нелинейному сдвигу частоты, связанного с наличием дыр фазовой плотности электронов. Дыры в области захвата в фазовом пространстве также являются довольно типичной структурой функции распределения резонансных частиц в дополнение к распределениям типа сгустков на дне потенциальных ям и кольцам захваченных частиц.



### Глава 3. Динамика резонансных электронов в поле медленно эволюционирующей волны круговой поляризации

В третьей главе рассмотрено движение резонансных электронов в поле квазимонохроматической электромагнитной волны правой поляризации, распространяющейся вдоль внешнего магнитного поля. В плазме с продольной неоднородностью диэлектрической проницаемости волновое число и амплитуда волны зависят от координаты вдоль направления распространения. При этом динамика частиц усложняется и описывается неинтегрируемыми уравнениями. В случае слабой неоднородности, когда параметры волны изменяются медленно в продольном направлении, для анализа траекторий частиц и приближенного решения кинетического уравнения вновь напрашивается применение техники адиабатических инвариантов. Однако, движение заряженных частиц под действием электромагнитной волны с круговой поляризацией качественно отличается от движения в поле электростатических колебаний даже при постоянных параметрах волны. Картина фазовых траекторий частиц дополнительно зависит от параметра (с меньшей строгостью, от поперечной скорости частицы) и имеет более сложное строение по сравнению с фазовым “портретом” траекторий в поле ленгмюровской волны. Чтобы воспользоваться всеми преимуществами адиабатического приближения для согласованного анализа гирорезонансного взаимодействия волна-частица в неоднородной плазме, необходимо, в первую очередь, свести уравнения движения заряженной частицы к виду, аналогичному уравнениям простого (одномерного) нелинейного осциллятора. В случае фиксированных параметров волны, распространяющейся в однородной плазме, подобная процедура перехода к каноническому описанию движения электронов хорошо известна [19, 20]. В этой главе диссертации показано, что и в случае переменных параметров циркулярно поляризованной волны конечной амплитуды динамику резонансных электронов можно трактовать как одномерные колебания в плавно деформирующемся эффективном потенциале, что позволяет использовать методы, развитые в предыдущих главах, для описания адиабатического гирорезонансного взаимодействия волна-частица. Таким образом, основная цель анализа, изложенного в данной главе, - свести уравнения движения электронов к каноническому виду, который мог бы служить аналогом довольно простых уравнений движения частиц в поле электростатической волны, и дает возможность воспользоваться адиабатическим приближением вместо решения строгих неинтегрируемых уравнений движения.

Общую схему согласованного описания взаимодействия волна-частица, продемонстрированную в главах 1 и 2, можно использовать и для

последовательного анализа гирорезонансного взаимодействия циркулярно-поляризованных волн с заряженными частицами в слабонеоднородной плазме. Возвращаясь к методической основе описания адиабатического взаимодействия волна-частица, как медленной эволюции почти стационарной волны, отметим, что для волн круговой поляризации в магнитоактивной плазме аналогом волны БГК может служить модель стационарного вистлера конечной амплитуды, предложенная в [20]. Задачу об адиабатическом гирорезонансном взаимодействии (и в частности, описание динамики вистлера в слабонеоднородной плазме с учетом энергообмена с резонансными электронами) можно сформулировать как задачу согласованного анализа плавной эволюции нелинейной волны, кинетическая структура которой подробно обсуждается в этой работе.

**В первом разделе** главы рассмотрено релятивистское движение электрона в поле циркулярно-поляризованной волны, распространяющейся вдоль однородного внешнего магнитного поля  $\mathbf{B}_0 = B_0 \mathbf{e}_z$  при наличии слабой неоднородности концентрации плазмы  $n_0 = n_0(z)$ . Поле волны определено с помощью вектор-потенциала

$$A_x = A(z) \cos \psi \quad , \quad A_y = A(z) \sin \psi \quad , \quad \psi = \omega_0 t - \int_{-\infty}^z dz' k(z') .$$

Частота волны  $\omega_0$  предполагается постоянной. Волновое число  $k$  и амплитуда  $A$  плавно изменяются в направлении распространения волны  $z$  в соответствии с законом дисперсии вистлера и уравнением баланса энергии. Показано, что уравнения движения электрона в поле волны имеют строгий интеграл движения, в безразмерных переменных равный  $L = W - q^2/2h$ , где  $W$  - полная энергия частицы,  $\mathbf{q} = \mathbf{p}_\perp - \mathbf{A}$  - обобщенный импульс и  $h = \omega_H/\omega_0$ . В нерелятивистском пределе интеграл движения приближенно равен  $L \simeq 1 + L_0$ , т. е. постоянной является величина

$$L_0 = \frac{1}{2} (v_z^2 + v_\perp^2) - \frac{1}{2h} (v_\perp^2 - 2Av_\perp \cos \xi + A^2) - \phi . \quad (4)$$

где  $\xi$  - угол между поперечной скоростью электрона  $\mathbf{v}_\perp$  и вектором  $\mathbf{A}$ ,  $\phi(z)$  - электростатический потенциал. Наличие постоянной движения позволяет свести безразмерные уравнения движения к каноническому виду

$$\frac{dW}{dz} = -\frac{\partial H}{\partial \alpha} = \frac{Aq}{p_z} \sin \alpha , \quad (5)$$

$$\frac{d\alpha}{dz} = \frac{\partial H}{\partial W} = k + \frac{h - W - \phi}{p_z} + \frac{hA}{qp_z} \cos \alpha , \quad (6)$$

с гамильтонианом

$$H = H(W, \alpha, z) = k(W + \phi) - p_z ,$$

где  $p_z \equiv \pm[(W + \phi)^2 - 1 - q^2 - A^2 - 2Aq \cos \alpha]^{1/2}$ ,  $q \equiv [2h(W - L)]^{1/2}$ , и  $\alpha$  угловая переменная, определяющая энергообмен частицы с волной. Таким образом, наличие постоянной  $L = const$  позволяет описывать движение электрона как одномерные колебания в плавно деформирующемся вдоль направления распространения волны эффективном потенциале  $H(z)$ . Одномерный характер движения существенно упрощает анализ динамики частиц и в условиях медленной эволюции волны делает естественным применение адиабатического приближения.

**Во втором разделе** рассмотрено движение резонансных электронов под воздействием циркулярно-поляризованной волны конечной амплитуды (вистлера или быстрой необыкновенной), распространяющейся вдоль оси магнитной ловушки. Исследование динамики заряженных частиц в полях такой конфигурации представляет интерес применительно к задачам физики лабораторной плазмы [21, 22], а также для анализа коллективных явлений в радиационных поясах Земли [23, 24] и гирорезонансного взаимодействия квазимонохроматических свистовых волн с энергичными частицами в магнитосфере [25, 26, 27, 28, 29]. По сравнению со случаем, рассмотренным в предыдущем разделе, движение электронов в неоднородном магнитном поле приобретает более сложный характер и описывается неинтегрируемыми уравнениями даже в отсутствие волны. Существенное упрощение вносит использование приближенных дрейфовых уравнений, усредненных по гировращению частицы. Подобные уравнения можно найти уже в первых теоретических работах по гирорезонансному взаимодействию ОНЧ (очень низкочастотных) волн с высокоэнергичными электронами в магнитосфере [27, 28]. Они неоднократно использовались в последующих исследованиях и часто применяются до сих пор без каких-либо существенных изменений. Представление уравнений движения электронов в виде, предложенном в статье [28], фактически предполагает введение поля волны, как малого возмущения, в уравнения, предварительно усредненные по ларморовскому вращению [27]. Как известно, в отсутствие волны магнитный момент частицы сохраняется. С учетом поля волны, магнитный момент не является постоянным, и уравнения не имеют каких-либо интегралов движения. Поэтому процедура их упрощения вплоть до уравнений, позволяющих описать движение частицы как движение одномерного осциллятора, довольно искусственна и, строго говоря, не совсем корректна.

В отличие от предшествующих работ в этом разделе диссертации выполнено усреднение строгих исходных уравнений движения, которые с самого начала содержат слагаемые, описывающие воздействие волны на частицы, т. е. без привлечения теории возмущений по амплитуде волны. Вывод дрейфовых уравнений с учетом конечности амплитуды волны опирается на метод усреднения по быстрой фазовой переменной (фазе

гировращения частицы) [21, 30]. Выведенные уравнения отличаются от прежних [28] наличием дополнительных слагаемых и, в противоположность им, имеют интеграл движения, который по виду совпадает с (4). В пределе малых амплитуд,  $A \rightarrow 0$ , выражение (4) переходит в приближенную константу движения, которую часто используют для упрощения уравнений движения, основанных на теории возмущений [28]. В этом смысле, найденный интеграл движения  $L_0$ , зависящий от интенсивности волны, служит обобщением на случай волны конечной амплитуды. Сами же дрейфовые уравнения приводятся к каноническому виду (5), (6), хотя в рассматриваемом случае, продольной неоднородности внешнего магнитного поля, фигурирующие в них переменные имеют смысл средних по гировращению частицы. Поскольку уравнения движения дрейфового приближения не являются строгими, в ходе работы было проведено также сравнение результатов численного интегрирования строгих исходных и дрейфовых уравнений движения электронов. Установлено, что интеграл движения  $L_0$  (строго постоянный лишь в рамках дрейфового приближения и приближенно сохраняющийся при строгом описании движения) сохраняется с высокой точностью в характерных случаях резонансного взаимодействия электрона с волной в неоднородном магнитном поле (пересечений пролетной частицей резонансной области, захвата пролетной частицы и выхода захваченного электрона из резонанса). При этом пространственно-временные зависимости энергии и фазы частицы относительно волны, описываемые дрейфовыми уравнениями, практически совпадают с результатами интегрирования строгих уравнений движения.

Таким образом, анализ динамики резонансных электронов в поле циркулярно поляризованной волны с пространственно зависящими параметрами показал существование интеграла движения частицы, строгого при распространении волны в однородном магнитном поле и приближенного в случае конфигурации поля типа магнитной ловушки. Наличие этого инварианта движения электрона, испытывающего резонансное взаимодействие с квазимонохроматической волной, возмещает дефицит интегралов движения, возникающий вследствие нарушения сохранения магнитного момента, позволяет свести уравнения движения электрона к каноническому виду и интерпретировать движение как одномерные колебания частицы в медленно изменяющемся эффективном потенциале. Следовательно, комплекс задач о динамике гирорезонансного взаимодействия волн круговой поляризации с заряженными частицами также можно изучать согласованными методами, изложенными в предыдущих главах, с той разницей, что вместо нелинейной волны БГК, электростатической природы, процесс адиабатического взаимодействия можно трактовать как плавную пространственно-временную эволюцию волны, кинетическая структура которой рассмотрена в [20].

## Глава 4. БГК солитоны, электронные дыры и уединенные электростатические волны

Последняя глава посвящена изучению локализованных электростатических возмущений плазмы. По сравнению с периодическими волнами БГК, структура нелинейных уединенных волн еще в большей степени зависит от строения функции распределения заряженных частиц в резонансной области скоростей [4]. Нелинейность, обусловленная вкладом захваченных частиц в электростатическую структуру волны и энергетический баланс локализованного возмущения, может быть более существенна чем другие типы нелинейности плазмы. Поэтому класс БГК солитонов, как продукт кинетической теории, оказывается значительно шире семейства классических моделей уединенных волн, основанных на гидродинамическом описании плазмы.

Уединенные волны, представляющие собой движущиеся квазиравновесные локализованные возмущения пространственного заряда, наблюдаются как в лабораторной [31, 32] и космической [33, 34, 35] плазме, так и при численном моделировании динамики плазменно-пучковых систем [36, 37, 38]. Кинетическая природа обширного класса БГК солитонов особенно ярко проявляется в физической структуре униполярных импульсов электрического потенциала, обусловленных дефицитом частиц в фазовом пространстве (дырами фазовой плотности) [37]. Описание таких уединенных волн, как объекта кинетической теории, предполагает решение системы уравнений Власова-Пуассона. Однако, без анализа процесса установления волны (задачи с начальными условиями) решение этих уравнений не обладает свойством единственности, что вообще характерно для моделей волн БГК. В рамках метода БГК функция распределения захваченных частиц остается довольно произвольной [4]. Даже небольшой избыток или дефицит захваченных частиц приводит к изменению формы волны и модификации взаимосвязей ее параметров, причем более интенсивные возмущения вовсе не обязательно должны быть более узкими в пространстве в противоположность известному свойству уединенных волн Кортвега-де-Вриза. Отсутствие единственности решения приводит к возможности построения самых разнообразных частных моделей уединенных волн БГК [39, 40]. В такой ситуации целесообразно, в первую очередь, исследовать общую структуру и свойства БГК солитонов.

**В разделе 4.1** построены наглядные и достаточно универсальные модели БГК солитонов, демонстрирующие их общую физическую структуру. По существу, для того чтобы описать строение локализованного электростатического возмущения достаточно понять происхождение эффективно-го заряда солитона и рассмотреть его экранирование плазмой в системе

отсчета, движущейся вместе с зарядом. Развитые простые модели полезны и для качественного анализа нестационарных явлений (излучения волн, устойчивости солитонов и их взаимодействия), что требует выхода за рамки метода БГК. Основным объектом исследования в этом разделе служит солитон типа движущегося импульса положительного электрического потенциала, хотя обобщение результатов на случай локализованных возмущений отрицательного знака не представляет большого труда.

Помимо стандартной техники определения пространственной зависимости электрического потенциала [3] в диссертации обращается внимание на энергетический аспект БГК анализа. В частности, показано, что плотность электростатической энергии уединенной волны вдвое превышает возмущение плотности кинетической энергии заряженных частиц, так что полная плотность энергии возмущения составляет  $3/2$  электростатической. Для анализа электростатического баланса БГК солитона, описываемого уравнением Пуассона, удобна простая модель, использующая свойство адитивности функции распределения. Электроны, захваченные в потенциальную яму  $\phi(x)$ , играют особую роль в строении и процессах экранирования плоских (одномерных) возмущений, т. к. их концентрация приблизительно пропорциональна размеру области захвата в пространстве скоростей  $\Delta v \sim \phi^{1/2}$ , в то время, как линейный отклик плазмы на электростатическое возмущение пропорционален потенциалу в первой степени. Поэтому, несмотря на малое количество захваченных электронов, при  $\phi \rightarrow 0$  их вклад в электростатический баланс доминирует. С учетом адитивности, функцию распределения захваченных частиц, зависящую от полной энергии частицы (в безразмерном виде  $W = v^2/2 - \phi$ ), можно представить в виде суммы  $f_T(W) = F(W) + G(W)$  так, чтобы вклад  $F$  в возмущение плотности заряда компенсировал суммарное возмущение плотности заряда пролетных электронов и положительных ионов. Можно убедиться в том, что соответствующий вклад от  $F$  компенсирует и возмущение плотности энергии этих частиц. Тогда возмущения плотности заряда и энергии в плазме целиком определяется функцией  $G$ , и пространственная зависимость электрического потенциала находится из уравнения Пуассона вида

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} = n_G \equiv 2 \int_{-\phi}^0 \frac{dW G(W)}{\sqrt{2(W + \phi)}}.$$

Функция  $G$  описывает распределение избыточного заряда в фазовом пространстве и определяет как электростатическую, так и энергетическую структуру БГК солитона. И напротив, для заданной волновой формы  $\phi(x)$  с

помощью выражения

$$G(W) = \frac{1}{2\pi} \frac{d^2}{dW^2} \int_0^{-W} \frac{d\phi E^2(\phi)}{\sqrt{-2(W + \phi)}}$$

можно найти вид соответствующей функции  $G$ . Функция  $G$  всегда является знакопеременной, т. к. суммарный заряд в плазме равен нулю. Таким образом, электростатическую структуру БГК солитона можно интерпретировать с помощью достаточно общей и наглядной модели показанной на рис. 5. Уединенную волну можно представить себе как

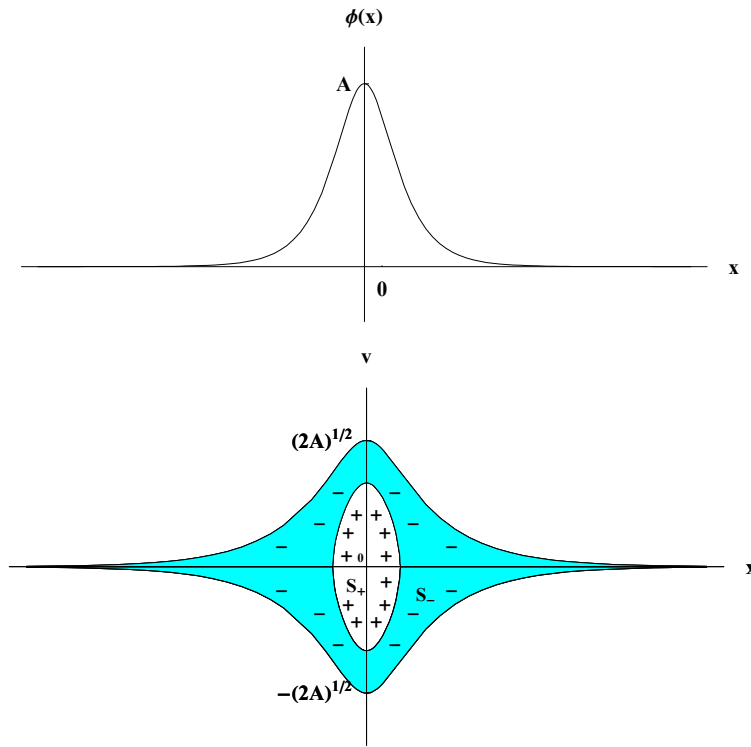


Рис. 5. Характерная пространственная зависимость электрического потенциала уединенной электростатической волны (вверху) и распределение избыточного заряда на фазовой плоскости. Форма солитона определяется распределением избыточной плотности заряда  $G(v, x) = G(W)$  в фазовом пространстве. Функция  $G$  отрицательна в области  $S_+$ , где сгруппирован положительный избыточный заряд солитона, обусловленный дефицитом электронов, и положительна в области  $S_-$ , где распределен экранирующий отрицательный заряд.

своеобразный “конденсатор” в фазовом пространстве, образованный двумя разноименно заряженными “облаками” захваченных частиц, движущихся в самосогласованной яме потенциала. Внешнее облако заряжено отрицательно,

$$-Q = - \int \int_{S_-} dx dv G(x, v) < 0 ,$$

и образовано захваченными электронами, осциллирующими на более высоких энергетических уровнях. Внутреннее облако несет положительный заряд, такой же по величине

$$Q = - \int \int_{S_+} dx dv G(x, v) > 0 .$$

Эта простая модель поясняет общее строение БГК солитона, демонстрируя важную роль захваченных частиц в плоских нелинейных электростатических возмущениях одномерной власовской плазмы. Существенно нелинейный кинетический эффект влияния распределения захваченных частиц на свойства уединенных волн может приводить к значительной модификации взаимосвязей параметров и формы солитонов, описываемых в рамках гидродинамических моделей плазмы [4].

Кинетические эффекты играют определяющую роль в структуре электростатических возмущений, пространственный заряд которых обусловлен большим дефицитом захваченных частиц - дырами фазовой плотности. Такие волны пространственного заряда возникают, в частности, в процессе нелинейной стабилизации плазменно-пучковой (или двухпоточковой) неустойчивости в результате частичного захвата пучка и его "бунчировки", то есть, образования сфазированных электронных сгустков (бунчей) [37, 38, 41]. Стабилизация экспоненциального роста плазменных колебаний чем-то напоминает явление нелинейного опрокидывания морских волн на мелкой воде и на фазовой плоскости выглядит как опрокидывание линий равного уровня функции распределения резонансных с волной частиц пучка. При этом вблизи дна потенциальных ям волны обычно образуется дефицит захваченных частиц, который выглядит как пространственно-периодическая последовательность электронных дыр. С течением времени дыры сливаются друг с другом, образуя более интенсивные возмущения того же типа, а расстояние между ними, соответственно, возрастает. Динамика резонансных частиц сопровождается непрерывным перемешиванием по фазам [1]. В итоге возникают довольно интенсивные квазиравновесные локализованные электростатические возмущения. Так как функция распределения не может быть отрицательной, а область захвата не может быть целиком пустой, возникают соответствующие ограничения на параметры и форму уединенной волны. В диссертации с помощью вышеупомянутой модели БГК солитона эти ограничения сформулированы в универсальном виде. Установлено, что предельные параметры наиболее интенсивных и узких уединенных волн практически не зависят от свойств фоновой плазмы (распределения нерезонансных частиц) и определяются, главным образом, структурой функции распределения захваченных электронов, которые почти все сгруппированы вблизи границы области захвата фазового пространства. Ограничение на амплитуду электрического потенциала  $A$ , как скейлинг



безразмерного вида, определяется неравенством  $A \leq F_0^2 L^4$ , где  $L$  - характерный пространственный масштаб импульса потенциала и  $F_0 = f_0(u)$  - значение невозмущенной функции распределения электронов в резонансе  $V = u$ . Анализ волновых форм уединенных электростатических волн, регистрируемых на спутниках показал, что эти ограничения практически всегда удовлетворяются.

**Во втором разделе** анализируется процесс взаимодействия и слияния электронных дыр фазовой плотности, который часто наблюдаются в численных экспериментах, но не исследован аналитическими методами, так что физика явления долгое время выпадала из поля зрения и оставалась довольно туманной. Согласно результатам численного моделирования взаимодействие таких локализованных возмущений может быть “упругим”, если их относительная скорость значительно превышает ширину дыр в пространстве скоростей, или “неупругим”, если скорости почти равны. Упругое взаимодействие демонстрирует паразитную устойчивость БГК солитонов типа дыр фазовой плотности. Неупругое взаимодействие обычно заканчивается слиянием дыр с образованием более интенсивного солитона.

В общей постановке задача о столкновении и динамике дыр (или вихрей) в фазовом пространстве необычайно сложна для решения аналитическими методами. Поэтому проведенный анализ ограничен рассмотрением элементарного акта взаимодействия двух идентичных БГК солитонов типа равновесных электронных дыр, движущихся с одинаковой скоростью. С этой целью уравнения Власова-Пуассона, описывающие динамику взаимодействующих солитонов, сводятся к максимально простому виду в рамках модели “водяного мешка” [42], с сохранением лишь основных качественных особенностей рассматриваемой физической системы. Функция распределения захваченных электронов в исходном состоянии выбрана так, что уравнение Пуассона приобретает линейный вид внутри и снаружи дыр, что также продиктовано стремлением к упрощению задачи. Наконец, область фазового пространства, в которой имеется дефицит захваченных электронов, предполагается настолько малой, что размеры дыр оказываются малы по сравнению с характерным масштабом линейной экранировки в системе отсчета, движущейся вместе с ними.

В диссертации показано, что взаимодействие таких БГК солитонов есть результат взаимного притяжения несмотря на одноименный заряд, что на качественном уровне объясняется отрицательной эффективной массой,  $-M_H < 0$ , взаимодействующих объектов. Далее рассмотрен закон движения центров масс двух дыр. Процесс взаимодействия проанализирован также с помощью уравнения баланса энергии

$$\int_0^\infty dz [(\partial\phi/\partial z)^2 + (\phi/\lambda)^2] - M_H u_c^2 - \int \int d\xi dv_c f_H v_c^2 = const ,$$

где  $\lambda$  - масштаб линейной экранировки заряда плазмой,  $u_c$  и  $v_c$  - скорость “центра масс” одной из дыр и скорость захваченного электрона в системе центра масс соответственно. Первый интеграл описывает электростатическую энергию и возмущение кинетической энергии электронного фона. Отрицательные слагаемые - механическая и внутренняя энергии дыры, обусловленные дефицитом частиц, который определяется отрицательной добавкой  $-f_H$  к полной функции распределения электронов.

Хотя динамику взаимодействия не удастся описать целиком на всем временном интервале сближения дыр, оказывается возможным проследить начальную (адиабатическую) стадию процесса, когда присутствие второй дыры оказывает слабое влияние на движение захваченных электронов, колеблющихся в потенциальной яме солитона. На этой начальной стадии ускорения функция распределения захваченных электронов, образующих дыру фазовой плотности, близка к равновесному БГК распределению, хотя в отличие от строгого равновесной ( $\partial f_H / \partial t = 0$ ) она слабо зависит от времени,  $f_H = f_H(W, t)$ . За исключением малых поправок, внутренняя энергия дыры изменяется обратимо на этой адиабатической стадии. По мере ускорения и сближения солитонов, потенциальные ямы деформируются все быстрее и быстрее, и адиабатичность колебаний захваченных частиц нарушается все заметнее. Отклонение от адиабатичности становится наиболее сильным при “столкновении” солитонов в точке их общего центра масс, когда они перекрываются в пространстве. В течение короткого интервала времени проникновения дыр сквозь друг друга в результате приобретения захваченными частицами дополнительного импульса (почти как при ударе) происходит сбой их фазовых траекторий и последующая деформация распределения захваченных частиц в фазовом пространстве. Хотя описание всей эволюции распределения с учетом процесса перемешивания фаз [1] требует очень громоздких расчетов, можно оценить прирост внутренней энергии дыры на этой (неадиабатической) стадии. Последующее непрерывное перемешивание частиц по фазам в потенциальных ямах приводит к необратимому изменению структуры дыр в фазовом пространстве (перераспределению фазовой плотности), что проявляется, в частности, в увеличении внутренней энергии дыр. Другими словами, прохождение дыр сквозь друг друга сопровождается их эффективным “нагревом”. После столкновения солитоны по инерции удаляются друг от друга, но уже слегка видоизмененными. Слабые солитоны, соответствующие дырам малых размеров не могут сливаться при первом столкновении, поскольку согласно проведенному скейлингу процесса взаимодействия, ускоряясь в направлении друг к другу, они приобретают скорости большие чем их размеры в пространстве скоростей. Однако с ростом их размеров, как параметра задачи, сцепление и слияние дыр становится возможным, хотя при этом исчезает малый параметр, и задачу можно

решить лишь путем численного моделирования. Взаимное притяжение дыр фазовой плотности объясняет также механизм неустойчивости периодической последовательности квазистационарных вихревых структур, возникающих в фазовом пространстве на стадии насыщения двухпоточковых неустойчивостей.

**Третий раздел** завершает исследование локализованных квазиравновесных возмущений плазмы. Он посвящен, главным образом, изучению влияния захваченных частиц на кинетическую структуру уединенных волн пространственного заряда при наличии магнитного поля. Здесь изложены результаты анализа эффекта дефицита захваченных электронов в аспекте электростатического баланса возмущений трехмерной геометрии, которые могли бы служить аналогами плоских БГК солитонов. Совместное решение уравнений Власова и Пуассона, даже в рамках стационарной постановки задачи, значительно затрудняется сложным характером движения заряженных частиц, описываемого неинтегрируемыми уравнениями. В отличие от случая плоской геометрии поля, траектории частиц в трехмерной электростатической потенциальной яме столь разнообразны, что сформулировать универсальное условие захвата частицы в простом явном виде и выделить область захвата в фазовом пространстве не удастся. Уже по этой причине анализ кинетической структуры трехмерных возмущений пространственного заряда в магнитоактивной плазме встречает серьезные трудности, и достаточно строгих моделей трехмерных аналогов плоских солитонов БГК, даже простейшей геометрической формы, до сих пор нет. Поэтому результаты данного раздела следует рассматривать лишь как первые усилия на пути построения более адекватных моделей таких возмущений в рамках кинетического подхода.

Простейшие теоретические модели трехмерных электростатических возмущений типа дыр фазовой плотности в ограниченной лабораторной плазме полностью игнорируют эффекты конечного ларморовского радиуса заряженных частиц [39], вообще пренебрегая движением электронов поперек сильного магнитного поля. В диссертации показано, что подобный подход позволяет, в принципе, построить формальные модели трехмерного импульса потенциала и в неограниченной плазме, хотя характерное свойство БГК анализа, отсутствие единственности решения, проявляется еще в большей степени. Следуя формально методу БГК и используя произвол выбора функции распределения захваченных частиц, можно построить разнообразные пространственные зависимости потенциала, включая и те, что могли бы аппроксимировать форму эквипотенциалей уединенных электростатических возмущений, наблюдаемых в космической плазме [35]. Однако, не позволяя определить поперечный размер и геометрическую форму солитона на некоторой физической основе, такие примитивные модели явно недостаточны для интерпретации экспериментальных данных.

Далее в этом разделе на примере модельной пространственной зависимости электрического потенциала анализируется эффект дефицита частиц, захваченных в трехмерную потенциальную яму эллипсоидальной формы с осевой симметрией вдоль направления внешнего магнитного поля. С этой целью выполнен расчет концентрации захваченных электронов в центре ямы с амплитудой потенциала  $\phi_0$  и поперечным масштабом  $L_\perp$  в зависимости от величины внешнего магнитного поля  $B_0$  при максвелловском невозмущенном распределении частиц с плотностью  $n_0$  и некоторой температурой  $T_e = mV_{Te}^2$ . Полученные выражения позволяют судить насколько велико характерное значение плотности захваченных электронов в зависимости от степени анизотропии плазмы, и как происходит переход от предела бесконечно малого ларморовского радиуса, когда движение частиц носит квазоодномерный характер и вклад захваченных электронов является определяющим в электростатической структуре локализованного возмущения, к пределу изотропной плазмы, когда их вклад несущественен. Для слабых возмущений  $A = e\phi_0/T_e \ll 1$  в сильном магнитном поле, когда характерный ларморовский радиус мал по сравнению с поперечным размером потенциальной ямы  $\rho = V_{Te}/\omega_H \ll L_\perp$ , концентрация захваченных частиц, колеблющихся в яме практически строго вдоль силовых линий магнитного поля, определяется тем же выражением, что и в случае БГК солитонов  $n_T/n_0 \sim A^{1/2}$ . В этих условиях дефицит захваченных электронов может оказывать существенное влияние и на пространственное распределение самосогласованного потенциала трехмерной геометрии. В диапазоне  $A \ll (L_\perp/\rho)^2 \ll 1$  плотность захваченных частиц становится значительно меньше  $n_T/n_0 \sim A^{1/2}(L_\perp/\rho)^2$ . Наконец, при  $(L_\perp/\rho)^2 \ll A \ll 1$  она очень мала  $n_T/n_0 \sim A^{3/2}$ , почти как в изотропной плазме при сферической симметрии электрического потенциала. Естественно ожидать, что в этом случае дефицит захваченных частиц, даже если и имеет место, практически не оказывает никакого влияния на структуру и самосогласованной потенциальной ямы, т. к. их вклад в суммарное возмущение плотности заряда мал по сравнению с линейным возмущением плотности пролетных частиц порядка  $A$ . Отсюда следует, в частности, что трехмерные аналоги солитонов типа дыр фазовой плотности не существуют в слабых магнитных полях, и анизотропия плазмы, обусловленная магнитным полем, - необходимый фактор для существования подобных квазиравновесных трехмерных электростатических возмущений.

Разумеется, полученные оценки дают лишь некоторое общее представление о значении распределения захваченных частиц в структуре локализованных возмущений пространственного заряда в бесстолкновительной магнитоактивной плазме, т. к. в соответствующих расчетах использована модель потенциальной ямы заданной пространственной конфигурации, т. е. электрическое поле не является самосогласованным. Другой

способ провести подобные расчеты и попытаться уточнить упомянутые выше согласованные модели трехмерных солитонов путем учета эффектов конечного ларморовского радиуса - вывести условие захвата электрона в электростатическую потенциальную яму при наличии внешнего магнитного поля в адиабатическом приближении. На этом пути можно преодолеть трудность решения уравнения Власова, связанную с неинтегрируемым характером уравнений движения частиц. В конце раздела рассмотрена динамика электронов в суперпозиции постоянного однородного магнитного поля и электрического поля с потенциалом вида трехмерной ямы  $\phi(r, z)$ , осесимметричной вдоль направления магнитного поля  $z$ . Движение захваченных электронов и пролетных частиц, движущихся с малыми продольными скоростями вблизи области захвата, представлено в виде быстрых колебаний в радиальном направлении (которые соответствуют быстрому ларморовскому вращению) в медленно изменяющемся вдоль оси  $z$  эффективном потенциале. Найдено выражение для адиабатического инварианта, который дополняет набор постоянных движения, полной энергии частицы и канонического момента количества движения. В результате установлено приближенное условие захвата электрона в трехмерную электростатическую яму при наличии внешнего магнитного поля. В частности, для частиц, пересекающих центр ямы  $r = z = 0$ , вклад которых в плотность заряда дает оценку влияния захваченных электронов на электростатический баланс, условие захвата имеет вид

$$v_{z0}^2 - 2A < \frac{2v_{\perp 0}^2}{b^2} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} \right)_{r=z=0},$$

где  $v_{z0}$  и  $v_{\perp 0}$  продольная и поперечная скорости электрона в центре ямы в единицах  $V_{Te}$ , единицей измерения радиального расстояния служит дебаевская длина  $\lambda_{De} = V_{Te}/\omega_p$ ,  $A$  - безразмерная амплитуда потенциала, и параметр  $b \equiv \omega_H/\omega_p$  характеризует величину магнитного поля. Это неравенство более жесткое по сравнению с условием захвата в случае плоской (одномерной) потенциальной ямы благодаря наличию правой части, которая учитывает конечность ларморовского радиуса частицы. В методическом отношении результаты данного раздела могут быть полезны не только для построения моделей согласованных трехмерных квазиравновесных уединенных волн, но и для анализа самосогласованных полей и параметров возмущенной плазмы вблизи искусственных тел в космической плазме [43].

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Заключительная часть диссертации содержит общий вывод работы, оценку вклада выполненных исследований в развитие кинетической теории плазменных волн, а также положения, выносимые на защиту.

Результаты работы подтверждают эффективность адиабатического приближения для описания резонансного взаимодействия волн с заряженными частицами и детального рассмотрения разнообразных физических явлений с участием резонансных частиц. Важным элементом развитого подхода является согласованный БГК анализ структуры медленно эволюционирующей волны с учетом вклада деформации функции распределения резонансных частиц, формирующейся в процессе эволюции волны. Наличие малого параметра, характеризующего медленность эволюции физической системы, позволяет построить достаточно общую схему замкнутого совместного решения уравнений поля и кинетического уравнения в отсутствие столкновений заряженных частиц. Основное ограничение применяемого метода вытекает из условия применимости адиабатического приближения. При очень малых амплитудах волн это ограничение может быть довольно жестким, и это - та цена, которую приходится платить в попытке согласованного решения нелинейной задачи аналитическими методами. Амплитуда волны, хотя и может быть малой, должна быть конечна в противоположность основному положению линейной теории плазменных волн. В этом смысле, адиабатическое взаимодействие волна-частица можно рассматривать как процесс взаимодействия в пределе противоположном линейному приближению. Физической предпосылкой применения адиабатического приближения служит процесс быстрого перемешивания частиц по фазам относительно волны на характерных масштабах пространственно-временной эволюции волны. Этот процесс, сам по себе, исключается из рассмотрения, поскольку в силу медленности изменения макроскопических параметров системы, волна близка по структуре к стационарной волне БГК, и в рамках адиабатического приближения функция распределения частиц зависит лишь от адиабатического инварианта (действия) и не зависит от фазы частицы (угловой переменной). Исключение зависимости функции распределения от фазы (в старшем порядке по малому параметру медленности эволюции системы) и обеспечивает упрощение довольно сложной задачи строгого описания процесса взаимодействия волна-частица в нелинейном режиме, что является важным преимуществом используемого подхода. Существенно также, что постановка задачи с начальными (граничными) условиями обеспечивает единственность решения в рамках метода БГК. Это, в свою очередь, дает возможность выделить из широкого класса

решений, описывающих БГК волны, одно, реализуемое в данных конкретных условиях, и установить нелинейное дисперсионное соотношение с учетом вклада резонансных частиц. Нелинейный закон дисперсии представляет собой аналог уравнения (1), к которому пришли авторы [6]. Однако вклад резонансных частиц определяется структурой их распределения в фазовом пространстве и, таким образом, зависит от конкретной задачи. Наряду с уравнением баланса энергии нелинейное дисперсионное соотношение является необходимым звеном для описания плавной эволюции волны. Расчеты выполненные в диссертации дают, в частности, и количественное описание процессов взаимодействия волн с захваченными частицами на которые обратили внимание еще Бом и Гросс. Результаты решения ряда задач более частного характера также вселяют уверенность в том, что метод, основанный на концепции медленной (адиабатической) динамики электромагнитных волн близких к БГК равновесию, в сочетании с применением адиабатического приближения для описания движения заряженных частиц, найдет плодотворное применение и к изучению более широкого круга явлений резонансного взаимодействия волн и частиц в плазме.

## Литература

- [1] O'Neil T. M. // Phys. Fluids. 1965. V. 8. P. 2255.
- [2] Ландау Л. Д. // ЖЭТФ. 1946. Т. 16. С. 574.
- [3] Bernstein I. B., Greene J. M., Kruskal M. D. // Phys. Rev. 1957. V. 108. P. 546.
- [4] Гуревич А. В. // ЖЭТФ. 1967. Т. 53. С. 953.
- [5] Best R. W. B. // Physica. 1968. V. 40. P. 182.
- [6] Bohm D., Gross E. P. // Phys. Rev. 1949. V. 75. P. 1851, 1864.
- [7] Власов А. А. // ЖЭТФ. 1938. Т. 8. С. 291.
- [8] Стикс Т. // Теория плазменных волн / Атомиздат. Москва. 1965. С. 162.
- [9] Ковтун Р. И., Рухадзе А. А. // ЖЭТФ. 1970. Т. 58. С. 1709.
- [10] Goldman M. V., Berk H. L. // Phys. Fluids. 1971. V. 14. P. 801.
- [11] Сагдеев Р. З., Шапиро В. Д. // Письма ЖЭТФ. 1973. Т. 17. С. 389.
- [12] Krueger W. L., Dawson J. M., Sudan R. N. // Phys. Rev. Lett. 1969. V. 23. P. 838.
- [13] Тимофеев А. В. // ЖЭТФ. 1978. Т. 75. С. 1303.
- [14] Бакай А. С., Степановский Ю. П. // Адиабатические инварианты / Наукова думка. Киев. 1981. С. 242.
- [15] Karpmann V. I., Istomin Ja. N. // Physics Letters A. 1974. V. 48. P. 197.
- [16] Истомин Я. Н., Карпман В. И., Шкляр Д. Р. // Физика плазмы. 1976. Т. 2. С. 123.
- [17] Заславский Г. М., Сагдеев Р. З. // Введение в нелинейную физику / Наука. Москва. 1988.
- [18] Захаров В. Е., Карпман В. И. // ЖЭТФ. 1962. Т. 43. С. 490.
- [19] Roberts C. S., Buchsbaum S. J. // Phys. Rev. A. 1964. V. 135. P. 381.
- [20] Lutomirski R. F., Sudan R. N. // Phys. Rev. 1966. V. 147. P. 156.
- [21] Морозов А. И., Соловьев Л. С. // Вопросы теории плазмы / под ред. Леонтовича М. А. Москва. Атомиздат. 1963. Вып. 2. С. 177.



- [22] Тимофеев А. В. // Вопросы теории плазмы / под ред. Кадомцева Б. Б. Москва. Энергоатомиздат. 1985. Вып. 14. С. 56.
- [23] Беспалов П. А., Трахтенгерц В. Ю. // Геомагнетизм и аэрономия. 1974. Т. 14. С. 321.
- [24] Беспалов П. А., Трахтенгерц В. Ю. // Вопросы теории плазмы / под ред. Леонтовича М. А. Москва. Атомиздат. 1980. Вып. 10. С. 88.
- [25] Dungey J. W. // Planet. Space Sci. 1963. V. 11. P. 591.
- [26] Helliwell R. A. // J. Geophys. Res. 1967. V. 72. P. 4773.
- [27] Sudan R. N., Ott E. // J. Geophys. Res. 1971. V. 76. P. 4463.
- [28] Dysthe K. B. // J. Geophys. Res. 1971. V. 76. P. 6915.
- [29] Истомина Я. Н., Карпман В. И., Шкляр Д. Р. // Геомагнетизм и аэрономия. 1976. Т. 16. С. 116.
- [30] Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А. // Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний / Москва. Физматгиз. 1963. С. 316.
- [31] Saeki K., Michelsen P., Pécseli H. L., Rasmussen J. J. // Phys. Rev. Lett. 1979. V. 42. P. 501.
- [32] Lynov J. P., Michelsen P., Pécseli H. L., Rasmussen J. J., Sorensen S. H. // Physica Scripta. 1985. V. 31. P. 596.
- [33] Matsumoto H., Kojima H., Miyatake T., Omura Y., Okada M., Nagano I., Tsutsui M. // Geophys. Res. Lett. 1994. V. 21, P. 2915.
- [34] Ergun R. E. et. al. // Geophys. Res. Lett. 1998. V. 25. P. 2041.
- [35] Franz J. R., Kintner P. M., Pickett J. S. // Geophys. Res. Lett. 1998. V. 25, P. 1277.
- [36] Morse R. L., Nielson C. W. // Phys. Fluids. 1969. V. 12. P. 2418.
- [37] Berk H. L., Nielsen C. E., Roberts K. V. // Phys. Fluids. 1970. V. 13. P. 980.
- [38] Omura Y., Kojima H., Matsumoto H. // Geophys. Res. Lett. 1994. V. 21, P. 2923.
- [39] Schamel H. // Physica Scripta. 1979. V. 20. P. 336.
- [40] Turikov V. A. // Physica Scripta. 1984. V. 30. P. 73.
- [41] Kadomtsev B. B., Pogutse O. P. // Phys. Fluids. 1971. V. 14. P. 2470.

- [42] Бэрк Г., Робертс К. // Вычислительные методы в физике плазмы / под ред. Олдера Б., Фернбаха С., Ротенберга М. Мир. Москва. 1974. С. 96.
- [43] Альперт Я. Л., Гуревич А. В., Питаевский Л. П. // Искусственные спутники в разреженной плазме / Москва. Наука. 1964.