

# О передаче квантовой информации на большие расстояния

Алтайский М.В.

ИКИ РАН  
2017

# Классическая механика vs Квантовая механика

Фазовое пространство

## Классическая механика

Гамильтониан  $H = H(p, q)$

$$\dot{q} = \frac{\partial H}{\partial p}, \dot{p} = -\frac{\partial H}{\partial q}$$

$$q = q(t), p = p(t)$$

$$q(0) = q_0, p(0) = p_0$$

Наблюдаемые  $A(t) = A[q(t), p(t)]$

У каждой частицы существует траектория. Координата и импульс могут быть измерены одновременно. Измерение не меняет состояния системы.

Пространство состояний

## Квантовая механика

Волновая функция  $\Psi = \Psi(q, t)$

Гамильтониан – оператор эволюции (уравнение Шредингера):

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \hat{H}\Psi, H(p, q) \rightarrow \hat{H}(\hat{p}, \hat{q})$$

Наблюдаемым величинам соответствуют эрмитовы операторы:

$$q \rightarrow \hat{q} = q, p \rightarrow \hat{p} = -i\hbar \frac{\partial}{\partial q}, \dots$$

Все это произошло из представления о волновой природе электрона:

$$\Psi \sim e^{-\frac{i}{\hbar}Et + \frac{i}{\hbar}kx}$$



Каждой физически измеримой величине соответствует эрмитов оператор. Состояние  $|\phi_i\rangle$  называется собственным состоянием оператора  $\hat{A}$ , если при измерении величины  $A$  в состоянии  $|\phi_i\rangle$  всегда получается одно и то же значение  $a_i$ :  $\hat{A}|\phi_i\rangle = a_i|\phi_i\rangle$ ; в остальных случаях с различной вероятностью получаются различные значения.

## Принцип суперпозиции

Если  $|a\rangle$  и  $|b\rangle$  – два допустимых состояния системы, то любая их линейная комбинация  $|\psi\rangle = \alpha|a\rangle + \beta|b\rangle$  – также допустимое состояние. При этом  $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$ ,  $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$

Вероятность найти частицу в интервале  $\Delta q$  определяется квадратом волновой функции

$$P(q, \Delta q, t) = \int_{q - \frac{\Delta q}{2}}^{q + \frac{\Delta q}{2}} |\Psi(x, t)|^2 dx, \quad \int_{-\infty}^{\infty} |\Psi(x, t)|^2 dx = 1$$

Если в состоянии  $|\phi_i\rangle$  система обладает фиксированной энергией  $\varepsilon_i$  (речь идет об изолированных системах), то  $\hat{H}|\phi_i\rangle = \varepsilon_i|\phi_i\rangle$  то согласно уравнению Шредингера:  $|\psi_i(t)\rangle = e^{-\frac{i}{\hbar}\varepsilon_i t}|\phi_i(0)\rangle$

Эволюция произвольного состояния  $|\Psi\rangle$  со временем определяется унитарным оператором  $\hat{U}(t) = e^{-\frac{i}{\hbar}t\hat{H}}$  :  $|\Psi(t)\rangle = \hat{U}(t)|\Psi(0)\rangle$

При унитарной эволюции вероятности сохраняются

$$\langle\Psi(t)|\Psi(t)\rangle = \langle\Psi(0)|\Psi(0)\rangle, \quad \hat{U}(t)\hat{U}^\dagger(t) = 1$$

## Измерение

Квантовые системы могут испытывать два вида эволюции:

- 1 Унитарную эволюцию со временем  $|\Psi(t)\rangle = \hat{U}(t)|\Psi(0)\rangle$
- 2 Не унитарную редукцию вектора состояния  $|\Psi\rangle = \sum_i \alpha_i |a_i\rangle$  к одному из допустимых состояний  $|a_k\rangle$  в процессе наблюдения, описываемого проекционным оператором  $\hat{P}_k \equiv |a_k\rangle\langle a_k|$ . После наблюдения :  $\alpha_i = \delta_{ik}$

# Теория измерения фон Неймана

- Взаимодействие системы с измерительным прибором описывается гамильтонианом  $H_{int} = O_S B_A$
- До измерения между системой (S) и прибором (A) не было корреляций:

$$|\psi\rangle_S \otimes |\xi\rangle_A = (c_a |\psi_a\rangle_S + c_b |\psi_b\rangle_S) \otimes |\xi\rangle_A$$

- Взаимодействие между системой и прибором таково, что оно приводит к скачкообразной, неунитарной, эволюции:

$$|\psi_a\rangle_S \otimes |\xi\rangle_A \rightarrow |\psi_a\rangle_S \otimes |\xi_a\rangle_A$$

$$|\psi_b\rangle_S \otimes |\xi\rangle_A \rightarrow |\psi_b\rangle_S \otimes |\xi_b\rangle_A$$

- Эволюция является линейной:

$$\underbrace{(c_a |\psi_a\rangle_S + c_b |\psi_b\rangle_S) \otimes |\xi\rangle_A}_{\text{pure}} \rightarrow \underbrace{c_a |\psi_a\rangle_S \otimes |\xi_a\rangle_A + c_b |\psi_b\rangle_S \otimes |\xi_b\rangle_A}_{\text{entangled}}$$

- Предположение о классичности прибора приводит к конкретному результату измерения

## Кубит

$$|\psi\rangle = \alpha|\uparrow\rangle + \beta|\downarrow\rangle,$$
$$|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$$

Удобно использовать двумерные обозначения

$$|\uparrow\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |\downarrow\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

связав эволюцию кубита с вращениями  $SU(2)$  в двумерном комплексном пространстве.

В качестве кубитов используют спины, магнитные потоки, возбужденные состояния, поляризацию фотонов

## Два кубита

Если кубиты не взаимодействуют между собой то можно просто взять произведение:

$$|\Psi_1\rangle|\Psi_2\rangle = \alpha_1\alpha_2|\uparrow\rangle_1|\uparrow\rangle_2 + \alpha_1\beta_2|\uparrow\rangle_1|\downarrow\rangle_2$$
$$+ \alpha_2\beta_1|\downarrow\rangle_1|\uparrow\rangle_2 + \beta_1\beta_2|\downarrow\rangle_1|\downarrow\rangle_2$$

Если кубиты взаимодействуют, то состояние системы двух кубитов может и не быть произведением состояний отдельных кубитов. В этом случае состояние называют запутанным (**entangled**).

Простейшим примером запутанного состояния является **синглет**:

$$|\Psi\rangle = \frac{|\uparrow\rangle|\downarrow\rangle - |\downarrow\rangle|\uparrow\rangle}{\sqrt{2}}$$

## Квантовый регистр

$$|\psi\rangle^{reg} = c_0|0, \dots, 0, 0\rangle + c_1|0, \dots, 0, 1\rangle + c_2|0, \dots, 1, 0\rangle + \dots$$

Основное преимущество квантовых вычислений состоит в одновременной (параллельной) обработке всех возможных квантовых состояний регистра

$$|a_N \dots a_1\rangle \equiv |a_N\rangle \otimes \dots \otimes |a_1\rangle, \quad a_i = 0, 1$$

Благодаря этому, экспоненциально сложные задачи ( $e^N$ ) могут быть решены за полиномиальное  $N^m$  время.

Квантовое вычисление включает три этапа:

- 1 Приготовление начального состояния (измерение)
- 2 Унитарная эволюция квантового регистра
- 3 Измерение конечного состояния

Унитарная эволюция любой подсистемы кубитов, входящих в квантовый регистр, осуществляется с помощью системы **квантовых гейтов** (квантовых схем). Квантовые гейты являются обратимыми.

## Классический компьютер

оперирует двумя булевыми состояниями 0 и 1. После каждого шага вычислений состояние компьютера полностью определено

## Квантовый компьютер

может находиться в произвольной линейной суперпозиции своих состояний

- Различные пути вычислительной эволюции могут усиливать или гасить друг друга, в зависимости от соотношения фаз
- Entanglement (С. Bennet): некоторым состояниям системы как целого могут не соответствовать конкретные состояния ее частей
- Nonclonability: Неизвестное квантовое состояние не может быть скопировано



$$b^{x \bmod m} = y$$

## Алгоритм Шора

Определение периода функции, факторизация  $e^N \rightarrow O(N^P)$

$f(x + r) = f(x)$ , инициализируем регистр из  $2n$  кубитов  $\frac{1}{\sqrt{\omega}} \sum_{x=0}^{\omega-1} |x\rangle|0\rangle$ ,  $\omega = 2^n$ , после чего применим  $f(\cdot)$  к регистру  $y$ :  $\frac{1}{\sqrt{\omega}} \sum_{x=0}^{\omega-1} |x\rangle|f(x)\rangle$ . Проведем теперь измерение по базису  $y$  - получим фиксированное значение  $f = u$ , при этом в квантовой суперпозиции останутся только члены вида  $\frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{j=0}^{M-1} |d_u + jr\rangle|u\rangle$ . Теперь применяем БПФ по аргументу  $x$ :  $U_F|x\rangle = \frac{1}{\sqrt{\omega}} \sum_{k=0}^{\omega-1} e^{i2\pi kx/\omega} |k\rangle$ . В результате получится:

$$U_F \frac{1}{\sqrt{\omega/r}} \sum_{j=0}^{\omega/r-1} |d_u + jr\rangle|u\rangle = \frac{1}{\sqrt{r}} \sum_k \tilde{f}(k) |k\rangle$$

$|\tilde{f}(k)| = 1$  если  $k$  кратно  $\omega/r$ ; и нуль в остальных случаях

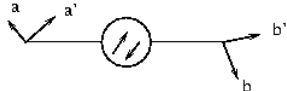
# Квантовые корреляции (EPR 1935)

Einstein, Podolsky, Rosen *Phys. Rev.* 47(1935)777

## Теорема Белла:

Случайным образом выбираются оси и измеряются проекции спина

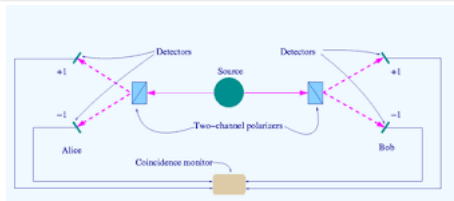
на них



$$\hat{a} = \frac{2}{\hbar} \vec{S}_A \cdot \vec{a}, \quad \langle \hat{a} \rangle = \pm 1$$

$$\hat{a}' = \frac{2}{\hbar} \vec{S}_A \cdot \vec{a}', \quad \langle \hat{a}' \rangle = \pm 1$$

Если предположить, что проекции спина на оси  $a$  и  $a'$  одновременно имеют хоть какие-нибудь значения, то вероятность регистрации события определяется плотностью вероятности  $p(a, a', b, b')$ .



Для доказательства неравенства Белла вводят функцию  $\hat{f} := (\hat{a} + \hat{a}')\hat{b} - (\hat{a} - \hat{a}')\hat{b}'$ , для которой

$$\langle \hat{f} \rangle = \sum p(a, a', b, b') f \leq 2,$$

а следовательно (CHSH)

$$\langle ab \rangle + \langle a'b \rangle - \langle ab' \rangle + \langle a'b' \rangle \leq 2$$

Clauser, Horne, Shimony, Holt *PRL* 23 (1969) 880

# Нарушение теоремы Белла: опыты Аспекта (1981)

Aspect, Dalibard, Roger. *PRL* 49 (1982) 1804

Согласно квантовой механике, квантовая система до измерения не находится ни в каком конкретном состоянии – имеется лишь суперпозиция состояний. Выбирая направления

$$\vec{a} = \vec{e}_z, \vec{a}' = \vec{e}_x, \quad \vec{b} = -\frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{e}_z + \vec{e}_x), \vec{b}' = \frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{e}_z - \vec{e}_x)$$

можно рассчитать величину  $\langle \psi | \hat{a} \otimes \hat{b} | \psi \rangle$  для синглетного состояния  $|\psi\rangle = \frac{|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle}{\sqrt{2}}$ . Действуя таким образом, получим:

$$\begin{aligned} \hat{a} \otimes \hat{b} | \uparrow \rangle_A | \downarrow \rangle_B &= | \uparrow \rangle_A \otimes \frac{1}{\sqrt{2}} (| \downarrow \rangle_B - | \uparrow \rangle_B) \\ \hat{a} \otimes \hat{b} | \downarrow \rangle_A | \uparrow \rangle_B &= -| \downarrow \rangle_A \otimes \frac{1}{\sqrt{2}} (-| \uparrow \rangle_B - | \downarrow \rangle_B) \end{aligned}$$

это дает  $\langle a'b \rangle = \langle a'b' \rangle = \langle ab \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ,  $\langle ab' \rangle = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ , откуда  
 $\langle ab \rangle + \langle a'b \rangle - \langle ab' \rangle + \langle a'b' \rangle = 2\sqrt{2}$ , что и наблюдалось в эксперименте

# Квантовая телепортация

Классическое измерение не меняет состояние измеряемого объекта, квантовое меняет:

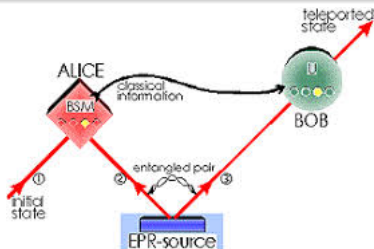
$$P_i = |a_i\rangle\langle a_i|, \langle a_i|a_k\rangle = \delta_{ik}$$

$$P_i|\psi\rangle = P_i\left(\sum_k \psi_k|a_k\rangle\right) = \psi_i|a_i\rangle$$

## No-cloning theorem

Неизвестное квантовое состояние нельзя скопировать, но можно передать

**Передача неизвестного квантового состояния называется квантовой телепортацией.** Для телепортации неизвестного состояния используют вспомогательную пару кубитов, находящихся в запутанном состоянии, и классический канал связи.



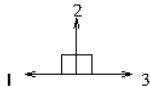
EPR-источник формирует максимально запутанное синглетное состояние из фотонов 2 и 3:

$$\Psi_{23}^- = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\leftrightarrow\rangle_2|\uparrow\rangle_3 - |\uparrow\rangle_2|\leftrightarrow\rangle_3)$$

Система BSM формирует максимально перепутанное синглетное состояние из фотонов 1 и 2  $\Psi_{12}^-$ . Это происходит путем специфического взаимодействия – измерения

# Bell State Measurement

Квантовая механика утверждает, что как только нам удалось загнать частицы 1 и 2 в состояние  $\Psi_{12}^-$ , частица 3 автоматически оказывается в состоянии  $\Psi_1$ .



## Bell basis

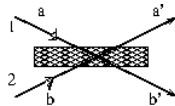
$$|\psi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|a\rangle|b\rangle + |b\rangle|a\rangle)$$

$$|\psi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|a\rangle|b\rangle - |b\rangle|a\rangle)$$

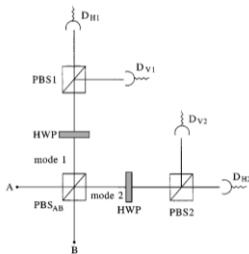
$$|\phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|a\rangle|a\rangle + |b\rangle|b\rangle)$$

$$|\phi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|a\rangle|a\rangle - |b\rangle|b\rangle)$$

Polarized beam splitter:



пропускает фотоны с горизонтальной поляризацией; отражает фотоны с вертикальной поляризацией.



Pan, J.W. and Zeilinger, A., Greenberg-Horne-Zeilinger-state analyzer *PRA* **57**(1998)2208

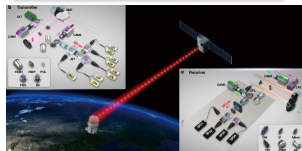
# Запутанные состояния на орбите

Micius, Aug 16, 2016

Солнечно-синхронная орбита 500 - 1400 км, вес 635 кг

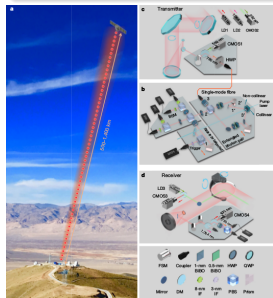
Передатчик на орбите – приемник на Земле

S.-K. Liao, ..., J.-W. Pan, *Nature* **459**(2017)43, doi:10.1038/nature23655



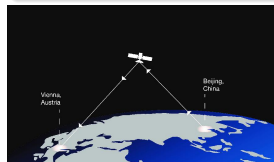
Передатчик на Земле – приемник на орбите

Ji-G. Ren, ..., J.-W. Pan, Ground-to-satellite quantum teleportation, *Nature* **549** (2017) 70, doi:10.1038/nature23675

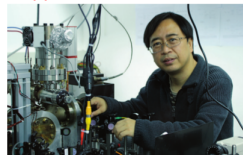


Нужно:

Передатчик на орбите – **два** приемника на Земле *Nature* **492** (2012) 22; *Nature* **535** (2016) 478



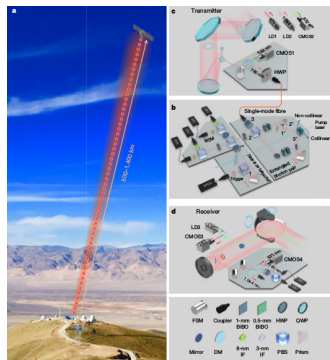
Когда?



## Задача телепортации: передача состояния фотона 1 с Земли на спутник.

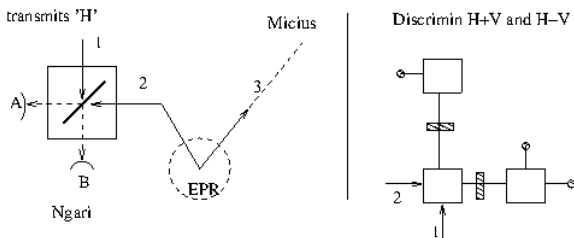
Источник фотонов: Обсерватория Ngari, 5047м, западный Тибет.

Для генерации двух пар (1,1') и (2,3) запутанных фотонов использовался Ti:sapphire лазер  $\lambda = 390\text{nm}$ , шириной импульса 160фс, частотой повторения импульсов 80 МГц. Для генерации запутанных фотонов использовались пластинки бората висмута (BiVO): одна пара с коллинеарной параметрической даунконверсией [Д.Н.Клышко, Б.Ф.Полковников, А.Н. Пенин. Параметрическая люминесценция и рассеяние света на поляритонах, *Письма в ЖЭТФ* 11(1970)11], другая – с ортогональной. Поляризацией фотона 1 управляли с помощью полуволновой (HWP) и четвертьволновой (QWP) пластинок. Фотон 1' использовался для синхронизации.



EPR-пара (2,3)  $|\phi^+\rangle_{23} = (|H\rangle_2|H\rangle_3 + |V\rangle_2|V\rangle_3)/\sqrt{2}$  генерировалась с помощью пластин с ортогональной поляризацией. Фотон 3 передавался на спутник с помощью 130мм зеркального телескопа.

# Схема эксперимента



Фотоны 1 и 2 перекрывались на PBS, и отбирались только события, в которых срабатывали оба детектора, A и B. Это возможно только когда либо  $|H\rangle_1|H\rangle_2$ , либо  $|V\rangle_1|V\rangle_2$ . Таким образом осуществляется проектирование на подпространство с базисом

$$|\phi^+\rangle_{12} = \frac{|H\rangle_1|H\rangle_2 + |V\rangle_1|V\rangle_2}{\sqrt{2}}, \quad |\phi^-\rangle_{12} = \frac{|H\rangle_1|H\rangle_2 - |V\rangle_1|V\rangle_2}{\sqrt{2}}.$$

В случае, если зарегистрировано  $\phi_{12}^+$ , то фотон 3 на спутнике автоматически оказывается в нужном состоянии (бывшее 1), а если зарегистрировано  $\phi_{12}^-$ , то фазу фотона 3 поворачивают на  $\pi$ .





$$|\Psi\rangle = \sum_{i,k} c_{ik} |\phi_i\rangle |\chi_k\rangle$$

$\phi$  – система,  $\chi$  – окружение;  
 Пусть оператор  $\hat{A}$  действует только на систему  $X$ , тогда

$$\begin{aligned} \langle A \rangle &= \sum_{U \setminus X} \langle \Psi | \hat{A} | \Psi \rangle = \sum c_{is}^* c_{ik} \delta_{ks} \langle \phi_i | \hat{A} | \phi_i \rangle \\ &\equiv A_{ii} \rho_{ii} = \text{Tr}(A\rho) \end{aligned}$$

(Предполагается ортогональность квантовых состояний окружения. Распределение Больцмана  $\hat{\rho} = e^{-\beta \hat{H}}$ )

## Матрица плотности

$$\rho_{il} = \sum_k c_{ik} c_{kl}^\dagger = (cc^\dagger)_{il}$$

## Уравнение фон Неймана

$$i\hbar \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = \hat{H} \hat{\rho} - \hat{\rho} \hat{H}$$

Матрица плотности подсистемы получается суммированием по окружению:

$$\rho_A = \text{Tr}_B \rho_{AB}$$

Матрица плотности может быть диагонализирована

$$\hat{\rho} = \sum_{\alpha} |\alpha\rangle p_{\alpha} \langle \alpha|$$

## Релаксация

Нежелательные квантовые переходы, индуцированные влиянием окружения

## Декогеренция

Изменение отношения фаз:  $|\phi\rangle = \sum_k e^{i\alpha_k} |k\rangle$   
когеренция – устойчивое отношение фаз

## Подпространства свободные от декогеренции (DFS)

Если в системе достаточное число кубитов, то в полном пространстве состояний, могут возникать подпространства свободные от декогеренции – квантовый аналог (медленных) коллективных координат, на которые (быстрый) шум вообще никакого влияния не оказывает. В присутствии общего термостата [P.Zanardi and M.Rasetti *PRL* **79**(1998)3306]:

Симметрия системы позволяет унитарную эволюцию DFS, в то время как остальная часть гильбертова пространства состояний оказывается сильно запутанной с окружением.

At the beginning of evolution  $\rho(t=0) = \rho_S \otimes \rho_B$ . The evolution of the whole system is unitary  $\rho(t) = U(t)\rho(0)U^\dagger(t)$ .

$N$ -qubit system  $H_S = \epsilon \sum_{i=1}^N \sigma_i^z$  interacting with phonon bath  $H_B = \sum_k \omega_k b_k^\dagger b_k$  via linear coupling

$$H_I = \sum_{k,i} g_{ki} \sigma_i^+ b_k + f_{ki} \sigma_i^+ b_k^\dagger + h_{ki} \sigma_i^z b_k + h.c.$$

If all couplings do not depend on qubit  $g_{ki} = g_k, f_{ki} = f_k, h_{ki} = h_k$ , i.e. the qubits are very close in comparison to bath coherence length, whole system interacts with bath via the total 'spin'  $S^\alpha = \sum_{i=1}^N \sigma_i^\alpha$ :

$$H_I = \sum_k g_k S^+ b_k + f_k S^- b_k^\dagger + h_k S^z + h.c.$$

In case  $N = 2$  this means the singlet  $\frac{|01\rangle - |10\rangle}{\sqrt{2}}$  does not interact with bath at all.

# Decoherence free subspaces

The operators  $\{\sigma_i^\alpha\}$  span  $N$  local  $sl(2)$  algebras

$$[\sigma_i^z, \sigma_j^\pm] = \pm \delta_{ij} \sigma_i^\pm, \quad [\sigma_i^+, \sigma_j^-] = 2\delta_{ij} \sigma_i^z$$

This makes us thinking of  $N$  qubit system as  $SU(2)^N$

For  $N$ -qubit system

$$D_{\frac{1}{2}}^{\otimes N} = \bigoplus_{j=1}^N n_j D_j$$

For even  $N$ :  $D_{\frac{1}{2}}^{\otimes 2} = D_1 \oplus D_0$ ,  $D_{\frac{1}{2}}^{\otimes 4} = D_2 \oplus 3D_1 \oplus 2D_0$ ,

$$D_{\frac{1}{2}}^{\otimes 6} = D_3 \oplus 5D_2 \oplus 9D_1 \oplus 5D_0$$

The decoherence free subspaces  $C_N$  are spanned by singlets ( $D_0$ ), while the remaining degrees of freedom work as a 'cooling system'.

In case of  $N = 4$  qubits the DFS is spanned by two vectors:

$$|\psi_1^4\rangle = |1001\rangle - |0101\rangle + |0110\rangle - |1010\rangle$$

$$|\psi_2^4\rangle = |1001\rangle - |0011\rangle + |0110\rangle - |1100\rangle$$

$$|\chi\rangle = \alpha|\uparrow\rangle|\uparrow\rangle + \beta|\uparrow\rangle|\downarrow\rangle + \gamma|\downarrow\rangle|\uparrow\rangle + \delta|\downarrow\rangle|\downarrow\rangle$$

## Concurrence

$$C := 2|\alpha\delta - \beta\gamma| \geq 0$$

$$C \leq 1$$

Для максимально запутанных состояний (базис Белла)  $C = 1$

## Bell basis

$$|e_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|XX\rangle + |00\rangle)$$

$$|e_2\rangle = \frac{i}{\sqrt{2}}(|XX\rangle - |00\rangle)$$

$$|e_3\rangle = \frac{i}{\sqrt{2}}(|X0\rangle + |0X\rangle)$$

$$|e_4\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|X0\rangle - |0X\rangle)$$

Four eigenvalues  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3 \geq \lambda_4$  of the auxiliary matrix

$$R(\rho) = \sqrt{\sqrt{\rho}\rho^*\sqrt{\rho}},$$

where  $\rho^*$  denotes the complex conjugation, are used to evaluate the *concurrence*  $C = \max(0, \lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_3 - \lambda_4)$ . The entanglement of formation is then given by

$$E(\rho) = H\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{1 - C^2}\right),$$

where

$H(x) = -x \log_2 x - (1 - x) \log_2(1 - x)$ , is a binary entropy function.

The entanglement of the singlet state is exactly one.

### Bell basis

$$|e_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|XX\rangle + |00\rangle)$$

$$|e_2\rangle = \frac{i}{\sqrt{2}}(|XX\rangle - |00\rangle)$$

$$|e_3\rangle = \frac{i}{\sqrt{2}}(|X0\rangle + |0X\rangle)$$

$$|e_4\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|X0\rangle - |0X\rangle)$$

Сложность Ground-to-satellite эксперимента состояла в том, что луч начинает рассеиваться на турбулентных пульсациях атмосферы.

Передатчик: Зеркальный телескоп, 130 мм, Мультиплексная передача (2 зеркала, 1.2м между ними)

Система слежения:  $3\mu\text{рад}$  ( $+5\mu\text{рад}$  за счет атмосферы)

Приемник: Зеркальный телескоп 300мм, ширина луча на уровне приемника  $\sim 10\text{м}$

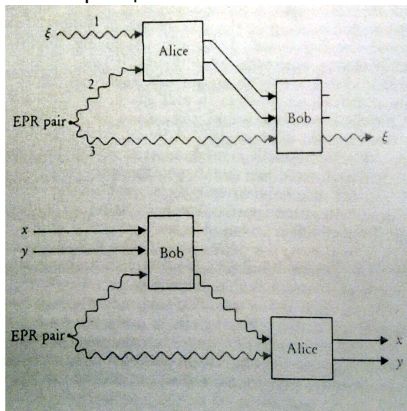
Скорость работы счетчиков фотонов:  $\leq 1\text{МГц}$

Передававшиеся состояния :

$$H, V, H \pm V, H \pm iV$$

Fidelity :  $F = \text{Tr}(\rho|\chi\rangle\langle\chi|) \sim 0.8$

## Телепортация



## Сверхплотное кодирование

Боб кодирует классическое двухбитовое сообщение применяя к имеющемуся у него кубиту (из запутанной пары) одну из операций ( $\hat{I}, \sigma_z, \sigma_x, \sigma_y$ ). Кубит, подвергшийся воздействию, физически передается Алисе, после чего она производит измерение над парой имеющихся у нее кубитов, и определяет, в каком из 4х белловских состояний находится пара. Таким образом **физическая передача одного кубита приводит к передаче двух битов классической информации.**

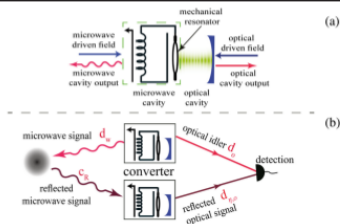


## Радиолокация

Microwave quantum Illumination  
S.Barzanjeh et al, *PRL*  
**114**(2015)080503

PRL **114**, 080503 (2015)

PHYSICAL RE

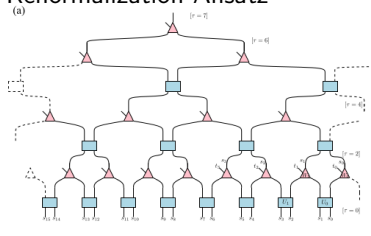


## Космология

### AMERA

*PRB* **95**(2017)195152

## Multiscale Entanglement Renormalization Ansatz



# Можно ли обратить EPR эксперимент?

Fig. 1a. EPR

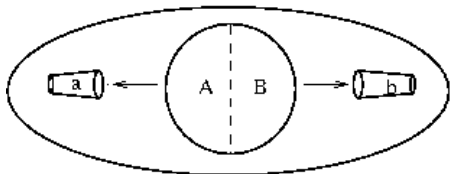
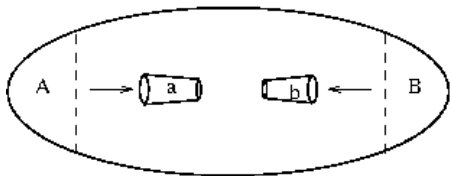


Fig. 1b. EPR inversed



Поведение системы по отношению к вращениям ( $SU(2)$ ):

$$D_{\frac{1}{2}} \otimes D_{\frac{1}{2}} = D_1 \oplus D_0$$

Инверсия

$$z \rightarrow \frac{1}{z}$$